

Rovnice a slovní úlohy

jméno:

třída:

Řešení : sedovamatika.cz

Výpočty:

Obsah:

Rovnice s neznámou ve jmenovateli	3
Společná práce	10
Soustava rovnic	14
Úlohy na soustavu rovnic	27
- úlohy na směsi	30
- úlohy na roztoky	37
Úlohy o pohybu	41

„Některé z příkladů použité v tomto pdf jsou převzaty z materiálů Cermatu (www.ceremat.cz), které slouží jako příklady pro přijímací zkoušky a testy.“

aktualizováno: 8. 2. 2026

Rovnice s neznámou ve jmenovateli 1
Řeš rovnici a proved' zkoušku

$2x = 4 \quad / : 0$
 $0 = 0$
 $\rightarrow$ NEKONEČNĚ ŘEŠENÍ
 $\rightarrow$ NEMŮŽEME NÁSOBIT
NULOU

1) $\frac{x}{4} = 1 \quad / \cdot 4$
 $x = 4$

2) $\frac{1}{x} = 1 \quad / \cdot x$
 $1 = x$

3) $\frac{1}{x} = -1 \quad / \cdot x$
 $1 = -x$
 $-1 = x$

4) $\frac{3}{x} = \frac{1}{9} \quad / \cdot x$
 $3 = \frac{x}{9} \quad / \cdot 9$
 $27 = x$

5) $\frac{x}{2+5} = 1 \quad / \cdot 7 \rightarrow (2+5)$
 $x = 7$

6) $\frac{4}{x+1} = 1 \quad / \cdot (x+1)$
 $4 = x+1 \quad / -1$
 $3 = x$

7) $\frac{x+1}{x} = \frac{3}{x} \quad / \cdot x$
 $x+1 = 3 \quad / -1$
 $x = 2$

8) $\frac{2x+4}{x+2} = 2 \quad / \cdot (x+2)$
 $2x+4 = 2 \cdot (x+2)$
 $2x+4 = 2x+4$
 $0 = 0$
 $x \in \mathbb{R}, x \neq -2$

9) $\frac{x+1}{2-x} = \frac{3}{2-x} \quad / \cdot (2-x)$
 $x+1 = 3$
 $x = 3-1$
 $x = 2$
NEVYHODNĚ PODMÍNKY

10) $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{x} \quad / \cdot 12x$
 $2x + 3x = 60$
 $5x = 60 \quad / :5$
 $x = 12$

11) $\frac{x+3}{x-3} = 1 \quad / \cdot (x-3)$
 $x+3 = x-3$
 $6 = 0$
NEMÁ ŘEŠENÍ

12) $\frac{3}{2x+1} = \frac{1}{5} \quad / \cdot 5 \cdot (2x+1)$
 $15 = 2x+1 \quad / -1$
 $14 = 2x \quad / :2$
 $7 = x$

13) $\frac{4}{5y-4} = \frac{1}{4} \quad / \cdot (5y-4) \cdot 4$
 $16 = 5y-4$
 $16+4 = 5y$
 $20 = 5y \quad / :5$
 $4 = y$

Rovnice s neznámou ve jmenovateli 3

Řeš rovnici a proved' zkoušku

1)

$$\frac{7}{x} = \frac{7}{2-x}$$

$$\cdot x \cdot (2-x)$$

Pod:
 $x \neq 0$
 $x \neq 2$

$$\cancel{x} \cdot (2-x) \cdot \frac{7}{\cancel{x}} = \frac{7}{2-\cancel{x}} \cdot \cancel{x} \cdot (2-x)$$

zk:

$$L_{(1)}: \frac{7}{1} \quad P_{(1)}: \frac{7}{2-1} = \frac{7}{1}$$

$L=P$

$$7 \cdot (2-x) = 7 \cdot x$$

$$14 - 7x = 7x \quad /+7x$$

$$14 = 7x + 7x$$

$$14 = 14x \quad /:14$$

$$\underline{1 = x}$$

2)

$$\frac{1}{x+5} = \frac{4}{5x-1}$$

$$\cdot (x+5)(5x-1)$$

Pod:
 $x \neq -5$
 $x \neq \frac{1}{5}$

$5x-1 \neq 0$
 $5x+1 \quad /:5$
 $x \neq \frac{1}{5}$

$$1 \cdot (5x-1) = 4 \cdot (x+5)$$

$$5x-1 = 4x+20$$

$$/-4x+1$$

$$5x-4x = 20+1$$

$$\underline{x = 21}$$

zk:

$$L_{(21)}: \frac{1}{21+5} = \frac{1}{26}$$

$$P_{(21)}: \frac{4}{5 \cdot 21 - 1} = \frac{4}{105-1} = \frac{4}{104} = \frac{1}{26}$$

$L=P$

3)

$$\frac{-4}{2x-3} = \frac{3}{4-x}$$

$$\cdot (2x-3) \cdot (4-x)$$

Pod:
 $2x-3 \neq 0$
 $2x \neq 3$
 $x \neq \frac{3}{2}$

$$-4 \cdot (4-x) = 3 \cdot (2x-3)$$

$$-16 + 4x = 6x - 9 \quad /-6x+16$$

$$4x-6x = -9+16$$

$$-2x = 7 \quad /:(-2)$$

$$\underline{x = -\frac{7}{2}}$$

$$zk: L_{(-\frac{7}{2})}: \frac{-4}{2 \cdot (-\frac{7}{2}) - 3} = \frac{-4}{-7-3} = \frac{-4}{-10} = \frac{2}{5}$$

$$P_{(-\frac{7}{2})}: \frac{3}{4 - (-\frac{7}{2})} = \frac{3}{\frac{8}{2} + \frac{7}{2}} = \frac{3}{\frac{15}{2}} = 3 \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{5}$$

$L=P$

4)

$$\frac{6}{3x+1} - \frac{1}{x-2} = 0$$

$$\cdot (3x+1) \cdot (x-2)$$

Pod:
 $x \neq -\frac{1}{3}$
 $x \neq 2$

$3x+1 \neq 0$
 $3x \neq -1$
 $x \neq -\frac{1}{3}$

$$6 \cdot (x-2) - 1 \cdot (3x+1) = 0$$

$$6x-12-3x-1=0$$

$$3x-13=0 \quad /+13$$

$$3x = 13$$

$$\underline{x = \frac{13}{3}}$$

$$zk: L_{(\frac{13}{3})}: \frac{6}{3 \cdot \frac{13}{3} + 1} - \frac{1}{\frac{13}{3} - 2} = \frac{6}{13+1} - \frac{1}{\frac{13}{3} - \frac{6}{3}} = \frac{3}{7} - \frac{1}{\frac{7}{3}} = \frac{3}{7} - \frac{3}{7} = 0$$

$$P_{(\frac{13}{3})} = 0$$

$L=P$

$$1: \frac{7}{3} = 1 \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$$

5)

$$\frac{3}{x} = \frac{1+2x}{2x}$$

$$\cdot 2x$$

Pod:
 $x \neq 0$

SPOLEČNÝ JMENOVATEL

$$2 \cdot 3 = 1 + 2x \quad /-1$$

$$6-1 = 2x$$

$$5 = 2x \quad /:2$$

$$\underline{\frac{5}{2} = x}$$

zk:

$$L_{(\frac{5}{2})}: \frac{3}{\frac{5}{2}} = 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{5}$$

$$P_{(\frac{5}{2})}: \frac{1+2 \cdot \frac{5}{2}}{2 \cdot \frac{5}{2}} = \frac{6}{5} \quad L=P$$

6)

$$\frac{x}{1+x} = \frac{3}{x+1}$$

$$\cdot (x+1)$$

Pod:
 $x \neq -1$

$$\underline{x = 1}$$

zk:

$$L_{(1)}: \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \quad P_{(1)}: \frac{3}{3 \cdot (1+1)} = \frac{1}{2}$$

$L=P$

Rovnice s neznámou ve jmenovateli 4

Řeš rovnici a proved' zkoušku

1)

$$\frac{4}{2x-1} = \frac{x}{4x-2}$$

2x-1 ≠ 0
2x ≠ 1
Pod: x ≠ 1/2

$$\frac{4}{2x-1} = \frac{x}{2 \cdot (2x-1)} \quad / \cdot (2x-1)$$

$$2 \cdot 4 = x$$

$$x = 8$$

zk: $L(8): \frac{4}{16-1} = \frac{4}{15}$

$P(8): \frac{8}{32-2} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$
L=P

2)

$$\frac{2x+1}{x^2-1} = \frac{5}{x+1}$$

$$\frac{2x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{5}{x+1} \quad / \cdot (x-1)(x+1)$$

Pod:
x ≠ ±1

$$2x+1 = 5 \cdot (x-1)$$

$$2x+1 = 5x-5 \quad / -5x-1$$

$$2x-5x = -5-1$$

$$-3x = -6 \quad / :(-3)$$

$$x = 2$$

zk: $L(2): \frac{4+1}{4-1} = \frac{5}{3}$ $P(2): \frac{5}{2+1} = \frac{5}{3}$ L=P

3)

$$\frac{1-2x}{x-4} = \frac{3x}{4-x}$$

$$4-x = -x+4 = -(x-4)$$

$$\frac{1-2x}{x-4} = - \frac{3x}{x-4} \quad / \cdot (x-4) \quad \text{Pod: } x \neq 4$$

$$1-2x = -3x \quad / +3x-1$$

$$-2x+3x = -1$$

$$x = -1$$

zk: $L(-1): \frac{1-2(-1)}{-1-4} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$ $P(-1): \frac{-3}{4-(-1)} = -\frac{3}{5}$
L=P

4)

$$\frac{3x}{2x-7} = \frac{x+8}{7-2x}$$

$$7-2x = -2x+7 = -(2x-7)$$

$$\frac{3x}{2x-7} = - \frac{x+8}{2x-7} \quad / \cdot (2x-7)$$

Pod:
2x-7 ≠ 0
2x ≠ 7
x ≠ 7/2

$$3x = -x-8 \quad / +x$$

$$3x+x = -8$$

$$4x = -8 \quad / :4$$

$$x = -2$$

zk: $L(-2): \frac{-6}{-4-7} = \frac{-6}{-11} = \frac{6}{11}$ $P(-2): \frac{-2+8}{7-2(-2)} = \frac{6}{11}$ L=P

5)

$$\frac{3}{2y-1} = \frac{2}{3+y}$$

$$/ (2y-1)(3+y)$$

Pod:
y ≠ 1/2
y ≠ -3

$$3 \cdot (3+y) = 2 \cdot (2y-1)$$

$$9+3y = 4y-2$$

$$9+2 = 4y-3y$$

$$y = 11$$

$L(11): \frac{3}{22-1} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

$P(11): \frac{2}{3+11} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$

6)

$$\frac{7+4y}{4y-7} = \frac{-5y}{7-4y}$$

$$(7-4y) = -4y+7 = -(4y-7)$$

$$\frac{7+4y}{4y-7} = - \frac{-5y}{4y-7} \quad / \cdot (4y-7)$$

Pod:
4y-7 ≠ 0
4y ≠ 7
y ≠ 7/4

$$7+4y = 5y$$

$$7 = y$$

zk: $L(7): \frac{7+28}{28-7} = \frac{35}{21} = \frac{5}{3}$

$P(7): \frac{-35}{7-28} = \frac{-35}{-21} = \frac{5}{3}$ L=P

Rovnice s neznámou ve jmenovateli 5

Řeš rovnici a proved' zkoušku

1)

$$1 + \frac{3}{d} = \frac{5}{d} + 2 \quad / \cdot d \quad \text{?od: } d \neq 0$$

$$d + 3 = 5 + 2d \quad / -d - 5$$

$$3 - 5 = 2d - d$$

$$\underline{\underline{-2 = d}}$$

$$\text{zk: } L_{(-2)}: 1 + \frac{3}{-2} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$P_{(-2)}: \frac{5}{-2} + 2 = -\frac{5}{2} + \frac{4}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$L = P$$

2)

$$\frac{5}{3x+13} = \frac{1}{1-x} \quad / (3x+13)(1-x)$$

$$5 \cdot (1-x) = 1 \cdot (3x+13)$$

$$5 - 5x = 3x + 13$$

$$-5x - 3x = 13 - 5$$

$$-8x = 8 \quad / : (-8)$$

$$\underline{\underline{x = -1}}$$

$$\text{zk: } L_{(-1)}: \frac{5}{-3+13} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad L = P$$

$$P_{(-1)}: \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{?od: } & 3x+13 \neq 0 \\ & x \neq 1 \\ & x \neq -\frac{13}{3} \end{aligned}$$

3)

$$-3 = \frac{2a-9}{3-4a} \quad / \cdot (3-4a) \quad \text{?od: } 3-4a \neq 0$$

$$-3 \cdot (3-4a) = 2a-9$$

$$-9 + 12a = 2a - 9 \quad / -2a + 9$$

$$12a - 2a = -9 + 9$$

$$10a = 0$$

$$\underline{\underline{a = 0}}$$

$$\text{zk: } L_{(0)}: -3 \quad P_{(0)}: \frac{-9}{3} = -3 \quad L = P$$

4)

$$\frac{8}{7x-5} = \frac{3}{2x+5} \quad / (7x-5)(2x+5)$$

$$8 \cdot (2x+5) = 3 \cdot (7x-5)$$

$$16x + 40 = 21x - 15 \quad / +15 - 16x$$

$$40 + 15 = 21x - 16x$$

$$55 = 5x \quad / : 5$$

$$\underline{\underline{x = 11}}$$

$$\text{zk: } L_{(11)}: \frac{8}{77-5} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9} \quad P_{(11)}: \frac{3}{22+5} = \frac{3}{27} = \frac{1}{9}$$

$$L = P$$

$$\begin{aligned} \text{?od: } & 7x-5 \neq 0 \\ & x \neq \frac{5}{7} \\ & 2x+5 \neq 0 \\ & x \neq -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

5)

$$\frac{4}{3b-4} = \frac{8}{3b+1} \quad / (3b-4)(3b+1)$$

$$4 \cdot (3b+1) = 8 \cdot (3b-4)$$

$$12b + 4 = 24b - 32$$

$$12b - 24b = -32 - 4$$

$$-12b = -36 \quad / \cdot (-1)$$

$$12b = 36 \quad / : 12$$

$$\underline{\underline{b = 3}}$$

$$\text{zk: } L_{(3)}: \frac{4}{9-4} = \frac{4}{5} \quad P_{(3)}: \frac{8}{9+1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad L = P$$

$$\begin{aligned} \text{?od: } & 3b-4 \neq 0 \\ & 3b \neq 4 \\ & b \neq \frac{4}{3} \\ & 3b+1 \neq 0 \\ & 3b \neq -1 \\ & b \neq -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

6)

$$\frac{4t-3}{5-6t} + \frac{1}{2} = 0 \quad / 2 \cdot (5-6t)$$

$$2 \cdot (4t-3) + (5-6t) = 0$$

$$8t - 6 + 5 - 6t = 0$$

$$2t - 1 = 0$$

$$2t = 1$$

$$\underline{\underline{t = \frac{1}{2}}}$$

$$\text{zk: } L_{(\frac{1}{2})}: \frac{4 \cdot \frac{1}{2} - 3}{5 - 6 \cdot \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$P_{(\frac{1}{2})}: 0 \quad L = P$$

$$\begin{aligned} \text{?od: } & 5-6t \neq 0 \\ & 6t \neq 5 \\ & t \neq \frac{5}{6} \end{aligned}$$

Rovnice s neznámou ve jmenovateli 6

Řeš rovnici a proved' zkoušku

1)

$$\frac{x-1}{2x-3} = \frac{2x+3}{4x+3} \quad / \cdot (2x-3)(4x+3)$$

$$(x-1) \cdot (4x+3) = (2x+3)(2x-3)$$

$$4x^2 + 3x - 4x - 3 = 4x^2 - 9$$

$$-x - 3 = -9$$

$$-x = -9 + 3$$

$$-x = -6$$

$$x = 6$$

$/: (-1)$

zk:

$$L_{(6)}: \frac{6-1}{2 \cdot 6 - 3} = \frac{5}{9}$$

$$P_{(6)}: \frac{12+3}{24+3} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$$

$L=P$

$2x-3 \neq 0$

Pod:

$$x \neq \frac{3}{2}$$

$$x \neq -\frac{3}{4}$$

2)

$$\frac{x+3}{x-5} + \frac{x-10}{x-8} = 2 \quad / \cdot (x-5)(x-8)$$

$$(x+3)(x-8) + (x-10) \cdot (x-5) = 2 \cdot (x-5)(x-8)$$

$$x^2 - 8x + 3x - 24 + x^2 - 5x - 10x + 50 = 2x^2 - 16x - 10x + 80$$

$$-20x + 26 = -26x + 80$$

$$-20x + 26x = 80 - 26$$

$$6x = 54 \quad /: 6$$

$$x = 9$$

Pod:

$$L_{(9)}: \frac{12}{4} + \frac{-1}{1} = 3 - 1 = 2$$

$$P_{(9)}: 2$$

$L=P$

Pod:

$$x \neq 5$$

$$x \neq 8$$

3)

$$2 - \frac{1}{2x} - \frac{6}{5x} - \frac{3}{10x} = 0 \quad / \cdot 10x$$

$$20x - 5 - 12 - 3 = 0$$

$$20x - 20 = 0$$

$$20x = 20 \quad /: 20$$

$$x = 1$$

zk:

$$L_{(1)}: 2 - \frac{1}{2} - \frac{6}{5} - \frac{3}{10} = \frac{20}{10} - \frac{5}{10} - \frac{12}{10} - \frac{3}{10} = \frac{0}{10} = 0$$

$$P_{(1)}: 0$$

$L=P$

4)

$$\frac{b-1}{b+7} + \frac{b+6}{b+4} = 2 \quad / \cdot (b+7)(b+4)$$

$$(b-1)(b+4) + (b+6) \cdot (b+7) = 2 \cdot (b+7)(b+4)$$

$$b^2 + 4b - b - 4 + b^2 + 7b + 6b + 42 = 2b^2 + 8b + 14b + 56$$

$$16b + 38 = 22b + 56$$

$$16b - 22b = 56 - 38$$

$$-6b = 18 \quad /: (-6)$$

$$b = -3$$

zk:

$$L_{(-3)}: \frac{-4}{4} + \frac{3}{1} = -1 + 3 = 2 \quad P_{(-3)}: 2$$

$L=P$

Pod:

$$b \neq -7$$

$$b \neq -4$$

5)

$$3 = \frac{2x+1}{x+2} + \frac{x-7}{x-1} \quad / \cdot (x+2) \cdot (x-1)$$

$$3 \cdot (x+2)(x-1) = (2x+1) \cdot (x-1) + (x-7) \cdot (x+2)$$

$$3x^2 - 3x + 6x - 6 = 2x^2 - 2x + x - 1 + x^2 + 2x - 7x - 14$$

$$3x - 6 = -6x - 15$$

$$3x + 6x = -15 + 6$$

$$9x = -9 \quad /: 9$$

$$x = -1$$

zk:

$$L_{(-1)}: 3 \quad P_{(-1)}: \frac{-1}{1} + \frac{-8}{-2} = -1 + 4 = 3$$

$L=P$

6)

$$\frac{3}{(x-4) \cdot (x+1)} = \frac{4}{(x-5) \cdot (x+1)} \quad / \cdot (x+1) \cdot (x-4) \cdot (x-5)$$

$$3 \cdot (x-5) = 4 \cdot (x-4)$$

$$3x - 15 = 4x - 16$$

$$-x = -1 \quad /: (-1)$$

$$x = 1$$

zk:

$$L_{(1)}: \frac{3}{-3 \cdot 2} = -\frac{1}{2} \quad P_{(1)}: \frac{4}{-4 \cdot 2} = -\frac{1}{2}$$

$L=P$

Pod:

$$x \neq -1$$

$$x \neq 4$$

$$x \neq 5$$

Rovnice s neznámou ve jmenovateli 7 (přijímačky 2001)

Najdi kořeny rovnice

1) Gymnázium Třebíč $-(-3x+1) = -(1-3x)$

$$\frac{3}{3x+1} - \frac{5}{3x-1} = \frac{3x-2}{1-9x^2}$$

Pod:
 $x \neq \pm \frac{1}{3}$

$$\frac{3}{1+3x} + \frac{5}{1-3x} = \frac{3x-2}{(1-3x)(1+3x)} \quad / \cdot (1-3x)(1+3x)$$

$$3 \cdot (1-3x) + 5 \cdot (1+3x) = 3x-2$$

$$3-9x+5+15x=3x-2$$

$$8+6x=3x-2$$

$$6x-3x=-2-8$$

$$3x=-10$$

$$x=-\frac{10}{3}$$

Zk:

$$L(-\frac{10}{3}): \frac{3}{2 \cdot (-\frac{10}{3}) + 1} - \frac{5}{2 \cdot (-\frac{10}{3}) - 1} = \frac{3}{-\frac{20}{3} + 1} - \frac{5}{-\frac{20}{3} - 1} = \frac{3}{-\frac{17}{3}} - \frac{5}{-\frac{23}{3}} = -\frac{9}{17} + \frac{15}{23} = \frac{-27 + 129}{391} = \frac{102}{391} = \frac{6}{23}$$

$$P(-\frac{10}{3}): \frac{2 \cdot (-\frac{10}{3}) - 2}{1 - 9 \cdot (-\frac{10}{3})^2} = \frac{-\frac{20}{3} - 2}{1 - 9 \cdot \frac{100}{9}} = \frac{-\frac{20}{3} - 2}{1 - 100} = \frac{-\frac{20}{3} - 2}{-99} = \frac{-\frac{20}{3} - \frac{6}{3}}{-99} = \frac{-\frac{26}{3}}{-99} = \frac{26}{297} = \frac{2}{23}$$

$$L=P$$

2) Gymnázium Mnichovo Hradiště

$$3-x = -(-3+x) = -(x-3)$$

Pod:
 $x \neq \pm 3$

$$\frac{x+2}{x+3} - \frac{2-x}{3-x} = \frac{5}{x^2-9}$$

$$\frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{5}{(x-3)(x+3)} \quad / \cdot (x-3)(x+3)$$

$$(x+2)(x-3) + (2-x)(x+3) = 5$$

$$x^2-3x+2x-6+2x+6-x^2-3x=5$$

$$-2x=5$$

$$x=-\frac{5}{2}$$

$$Zk: L(-\frac{5}{2}): \frac{-\frac{5}{2}+2}{-\frac{5}{2}+3} - \frac{2-(-\frac{5}{2})}{3-(-\frac{5}{2})} = \frac{-\frac{5}{2}+\frac{4}{2}}{-\frac{5}{2}+\frac{6}{2}} - \frac{\frac{4}{2}+\frac{5}{2}}{\frac{6}{2}+\frac{5}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} - \frac{\frac{9}{2}}{\frac{11}{2}} = -1 - \frac{9}{11} = -\frac{11}{11} - \frac{9}{11} = -\frac{20}{11}$$

$$= -1 - \frac{9}{11} = -\frac{11}{11} - \frac{9}{11} = -\frac{20}{11}$$

$$P(-\frac{5}{2}): \frac{5}{(-\frac{5}{2})^2-9} = \frac{5}{\frac{25}{4}-\frac{36}{4}} = \frac{5}{-\frac{11}{4}} = -5 \cdot \frac{4}{11} = -\frac{20}{11} \quad L=P$$

3) Gymnázium Praha 10

Pod:
 $x \neq \frac{3}{2}$

$$\frac{5}{2x-3} - \frac{3x-8}{4x-6} = \frac{7}{9} - \frac{6x-1}{5 \cdot (2x-3)} \quad / \cdot 90 \cdot (2x-3)$$

$$L \rightarrow 2 \cdot (2x-3)$$

$$90 \cdot 5 - 45 \cdot (3x-8) = 70 \cdot (2x-3) - 18 \cdot (6x-1)$$

$$450 - 135x + 360 = 140x - 210 - 108x + 18$$

$$-135x + 810 = 32x - 192$$

$$-135x - 32x = -192 - 810$$

$$-167x = -1002 \quad / : (-167)$$

$$x=6$$

$$\frac{167}{1002}$$

Zk:

$$L(6): \frac{5}{12-3} - \frac{18-8}{24-6} = \frac{5}{9} - \frac{10}{18} = \frac{5}{9} - \frac{5}{9} = 0$$

$$P(6): \frac{7}{9} - \frac{36-1}{5 \cdot (12-3)} = \frac{7}{9} - \frac{35}{45} = 0 \quad L=P$$

4) Střední průmyslová škola Kolín

$$\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{x+3}{x^2-1} = 0$$

Pod: $x \neq \pm 1$

$$\frac{x}{(x-1)(x-1)} - \frac{x+3}{(x+1)(x-1)} = 0 \quad / \cdot (x-1)(x-1)(x+1)$$

$$x \cdot (x+1) - (x+3)(x-1) = 0$$

$$x^2+x-x^2+x-3x+3=0$$

$$-x=-3$$

$$x=3$$

$$Zk: L(3): \frac{3}{9-6+1} - \frac{3+3}{9-1} = \frac{3}{4} - \frac{6}{8} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0 \quad P(3): 0$$

$$L=P$$

Společná práce 1

1) (úvodní) Bratři Kuba a Honza staví zeď.
Kuba by sám zeď stavěl 3 hodiny a Honza 6 hodin.
Za jak dlouho postaví zeď dohromady?

$$\begin{array}{lcl}
 \text{Kuba} & 3h & \\
 \text{Honza} & 6h & \\
 \text{Dohromady} & xh &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 1 \quad / \cdot 6 \\
 2x + x = 6 \\
 3x = 6 \quad / :3 \\
 x = 2
 \end{array}$$

O: Zeď postaví za 2 hodiny.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{Kuba} & 3h & \text{za hodinu} \quad \frac{1}{3} \text{ zdi} \\
 \text{Honza} & 6h & \frac{1}{6} \text{ zdi} \\
 \text{Dohromady} & xh & \frac{1}{x} \text{ zdi}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{za } x \text{ hodin} \\
 x \cdot \frac{1}{3} \text{ zdi} \quad [\text{celková práce}] \\
 x \cdot \frac{1}{6} \text{ zdi} \\
 x \cdot \frac{1}{x} = 1 \rightarrow \text{celá zeď}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} \quad / \cdot x \\
 \frac{x}{3} + \frac{x}{6} = 1
 \end{array}$$

2) Dva zedníci omítají zeď. První by ji omítl za 10 hodin, druhý za 15 hodin. Za kolik hodin budou hotovi s prací, budou-li pracovat společně?

$$\begin{array}{l}
 \frac{x}{10} + \frac{x}{15} = 1 \quad / \cdot 30 \\
 3x + 2x = 30 \\
 5x = 30 \quad / :5 \\
 x = 6
 \end{array}$$

O: s prací budou hotovi za 6 hodin.

3) Rybník je plněn dvěma přítoky. Po výlovu je potřeba ho znovu napustit. První přítok by ho napustil za 4 dny, druhý by ho napustil za 12 dní. Za jakou dobu bude rybník napuštěn, když se bude plnit oběma přítoky zároveň?

$$\begin{array}{l}
 \frac{x}{4} + \frac{x}{12} = 1 \quad / \cdot 12 \\
 3x + x = 12 \\
 4x = 12 \quad / :4 \\
 x = 3
 \end{array}$$

O: Rybník bude napuštěn za 3 dny.

4) Strýc zryje zahrádku za 12 hodin, teta za 15 hodin. Za kolik hodin zryjí zahrádku společně?

$$\begin{array}{l}
 \frac{x}{12} + \frac{x}{15} = 1 \quad / \cdot 60 \\
 5x + 4x = 60 \\
 9x = 60 \\
 x = \frac{60}{9} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} = 6h \ 40min
 \end{array}$$

O: Společně zahrádku zryjí za 6h 40min

5) Nádrž se naplní větším čerpadlem za 10 hodin, menším čerpadlem za 12 hodin a nejmenším čerpadlem za 15 hodin. Za jak dlouho se nádrž naplní, zapneme-li tři čerpadla současně?

$$\begin{array}{l}
 \frac{x}{10} + \frac{x}{12} + \frac{x}{15} = 1 \quad / \cdot 60 \\
 6x + 5x + 4x = 60 \\
 15x = 60 \quad / :15 \\
 x = 4
 \end{array}$$

O: Nádrž se naplní za 4 hodiny.

Společná práce 2

1) Pepíček natře plot za 5 hodin, Mařenka za 7 hodin. Za kolik hodin by natřeli plot společně, jestliže si udělají přestávku 40 minut? - Na konci +40 min.

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{7} = 1 \quad / \cdot 35$$

$$7x + 5x = 35$$

$$12x = 35 \quad / :12$$

$$x = \frac{35}{12}$$

$$2h \ 55min + 40min = 3h \ 35min$$

O: Plot by natřeli za 3h 35min

3) První dílna splní zakázku za 12 dní. Druhá dílna splní polovinu této zakázky za 10 dní. Za jak dlouho by byla tato zakázka splněna, pokud na ní budou pracovat obě dílny společně?

> celou zakázku ... 20 dní

$$\frac{x}{12} + \frac{x}{20} = 1 \quad / \cdot 60$$

$$5x + 3x = 60$$

$$8x = 60 \quad / :8$$

$$x = 7,5$$

O: Zakázka byla splněna za 7,5 dní.

[chyba ve videu - omylem hoodiny]

5) Simona by si hrozně ráda koupila nový mobil. Dohodla se s babičkou, která řekla, že jí bude každý týden dávat kapesné a že po 30 týdnech bude mít úspory na mobil. Simona ale nechce čekat, a tak šla za tatínkem. Ten jí také přislíbil peníze s tím, že si z kapesného ušetří na mobil za 15 týdnů. Za jak dlouho si Simona bude moci koupit nový mobil, když kapesné spojí?

→ zjedná si x týdnů

$$\frac{x}{30} + \frac{x}{15} = 1 \quad / \cdot 30$$

$$x + 2x = 30$$

$$3x = 30 \quad / :3$$

$$x = 10$$

O: Mobil si může koupit za 10 týdnů.

2) Zedník postaví zeď za 30 hodin. Dva učni by zeď postavili každý za 40 hodin. Za kolik hodin postaví zeď společně?

$$\frac{x}{30} + \frac{x}{40} + \frac{x}{40} = 1 \quad / \cdot 120$$

$$4x + 3x + 3x = 120$$

$$10x = 120 \quad / :10$$

$$x = 12$$

O: Zeď postaví společně za 12 hodin.

4) Jeden bagr vykope jámu za 8 hodin, druhý tutéž jámu za 6 hodin. Jak dlouho budou kopat tuto jámu společně, pokud vedoucí prací rozhodl, že je potřeba vykopat pouze sedm devítin této jámy?

1. krok - celá jáma

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{6} = 1 \quad / \cdot 24$$

$$3x + 4x = 24$$

$$7x = 24 \quad / :7$$

$$x = \frac{24}{7}$$

$$\frac{24}{7} \cdot \frac{7}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = 2h \ 40min$$

O: Budou kopat 2h 40min.

2. způsob - rovnou část jámy.

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{6} = \frac{7}{9} \quad / \cdot 24$$

$$3x + 4x = \frac{7}{3} \cdot 24$$

$$7x = \frac{7}{3} \cdot 24 \quad / :7$$

$$x = \frac{24}{3} = \frac{8}{3}$$

6) První dělník by sám splnil úkol za 8 hodin, druhý za 6 hodin. Po dvou hodinách společné práce odešel první dělník k lékaři a druhý práci dokončil sám. Kolik hodin pracoval druhý dělník sám?

→ Doba práce 2. dělníka x h

$$\frac{2}{8} + \frac{x}{6} = 1$$

$$\frac{x}{6} = 1 - \frac{2}{8} \quad / \cdot 24$$

$$4x = 24 - 6$$

$$4x = 18 \quad / :2$$

$$2x = 9 \quad / :2$$

$$x = 4,5$$

$$4,5 - 2 = 2,5h$$

→ Pracoval s 1. dělníkem

O: Druhý dělník pracoval sám 2h 30min.

Společná práce 3

1) Jeden dělník by udělal celý výkop za 10 hodin. Druhý by ho udělal za 12 hodin. Na daném výkopu začali dělat společně, ale po 4 hodinách se výkonnější z dělníků zranil a ten zbylý práci musel dokončit sám. Jak dlouho pracoval druhý dělník?

$L > x$ hodin

$$\frac{4}{10} + \frac{x}{12} = 1 \quad / \cdot 60$$

$$\begin{aligned} 24 + 5x &= 60 \\ 5x &= 36 \\ x &= 7,2 \end{aligned}$$

O: Druhý dělník pracoval 7h 12 minut.

3) Jedno čerpadlo napustí nádrž za 15 hodin, druhé napustí tutéž nádrž za 12 hodin. Ze začátku běžela obě dvě najednou, pak se méně výkonné čerpadlo rozbilo a druhé muselo běžet ještě 1 hodinu a 12 minut. Jak dlouho běžela obě čerpadla najednou? Za jakou dobu byla nádrž plná?

Společná doba ... x 1h 12min = 1,2h

$$\frac{x+1,2}{12} + \frac{x}{15} = 1 \quad / \cdot 60$$

$$\begin{aligned} 5 \cdot (x+1,2) + 4x &= 60 \\ 5x + 6 + 4x &= 60 \\ 9x &= 54 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

O: Obě čerpadla společnou běžela 6 hodin a nádrž bude plná za 7h 12min.

5) Do bazénu vedou celkem tři potrubí. Jedno naplní bazén za 100 minut, další za 75 minut a poslední za 50 minut. Za jak dlouho naplní bazén, když se bude napouštět ze všech tří trubek?

$$\frac{x}{100} + \frac{x}{75} + \frac{x}{50} = 1 \quad / \cdot 300$$

$$\begin{aligned} 3x + 4x + 6x &= 300 \\ 13x &= 300 \\ x &= \frac{300}{13} \\ x &= 23 \text{ min} \end{aligned}$$

O: Bazén se naplní za 23 minut.

2) Závod A je schopen splnit zakázku za 12 dní, závod B tutéž zakázku za 18 dní. Za kolik dní bude splněna zakázka, jestliže první dva dny na ní pracuje jen závod A, zbývající dny pak oba závody?

Varianta 1: společná doba práce ... x dní

$$\frac{2}{12} + \frac{x}{12} + \frac{x}{18} = 1 \quad \frac{x+2}{12} + \frac{x}{18} \quad / \cdot 36$$

$$\begin{aligned} 6 + 3x + 2x &= 36 \\ 5x &= 30 \quad / :5 \\ x &= 6 + 2 = 8 \text{ dní} \end{aligned}$$

O: Zakázka bude splněna za 8 dní

Varianta 2: Závod A ... y

$$\frac{y}{12} + \frac{y-2}{18} = 1 \quad / \cdot 36 \quad 5y = 40 \quad / :5 \quad y = 8$$

$$\begin{aligned} 3y + 2 \cdot (y-2) &= 36 \\ 3y + 2y - 4 &= 36 \end{aligned}$$

O: Celková doba je 8 dní

4) Zahradník A dokáže upravit celý park za 10 dní, zahradník B by stejnou práci zvládl za 15 dní. První tři dny pracuje na úpravě parku pouze zahradník A, poté se k němu přidá zahradník B. Za kolik dní bude celý park upraven?

$L >$ celá práce ... x

$$\frac{x}{10} + \frac{x-3}{15} = 1 \quad / \cdot 30$$

$$\begin{aligned} 3x + 2x - 6 &= 30 \\ 5x &= 36 \quad / :5 \\ x &= 7,2 \end{aligned}$$

O: Za 7,2 dní.

6) První dělník by sám splnil úkol za 5 hodin, druhý za 16 hodin. Po dvou hodinách společné práce odešel první dělník k lékaři a druhý práci dokončil sám. Kolik hodin pracoval druhý dělník sám?

$$\frac{2}{5} + \frac{x}{16} = 1 \quad / \cdot 80$$

$$\begin{aligned} 32 + 5x &= 80 \\ 5x &= 48 \quad / :5 \\ x &= 9,6 \\ 9h \quad 36 \text{ min} - 2h &= 7h \quad 36 \text{ min} \end{aligned}$$

O: Sám pracoval 7h 36 min

Společná práce 4

1) Jedna firma splní zakázku za 50 dní, druhá za 40 dní. Za jak dlouho bude zakázka hotová, pokud na ní bude dělat 30 dní první firma a zbylou dobu druhá firma?

$$\begin{aligned} & \text{30 dní} \quad | \quad x \\ & \frac{30}{50} + \frac{x}{40} = 1 \quad | \cdot 200 \\ & 120 + 5x = 200 \\ & 5x = 80 \quad | :5 \\ & x = 16 \\ & \text{30 dní} \quad | \quad x = 16 \\ & \text{46 dní} \\ & \text{O: Zakázka bude hotová za 46 dní.} \end{aligned}$$

2) Jeden dělník potřebuje na určitou práci 40 hodin, druhý by tuto práci provedl již za 30 hodin. Několik hodin pracovali společně, potom byl druhý dělník odvolán a první dokončil práci sám za 5 hodin. Kolik hodin pracovali společně a jakou část práce každý z nich vykonal?

$$\begin{aligned} & \frac{x+5}{40} + \frac{x}{30} = 1 \quad | \cdot 120 \\ & 3 \cdot (x+5) + 4x = 120 \\ & 3x + 15 + 4x = 120 \\ & 7x = 105 \quad | :7 \\ & x = 15 \\ & \text{O: Společně pracovali 15 hodin.} \end{aligned}$$

3) Dva truhláři by danou práci udělali za 6 hodin. Jeden z nich by ji udělal za 24 hodin. Za jakou dobu by ji udělal ten druhý?

$$\begin{aligned} & \frac{6}{24} + \frac{6}{y} = 1 \quad | \cdot 4y \\ & y + 24 = 4y \\ & 24 = 3y \quad | :3 \\ & y = 8 \text{ h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x}{24} + \frac{x}{8} = 1 \quad | \cdot 24 \\ & x + 3x = 24 \\ & x = 6 \quad \checkmark \end{aligned}$$

O: Druhý dělník by sám práci provedl za 8 hodin.

4) Tři stroje vykonají denní normu za 4 hodiny. Jak dlouho by denní normu dělal jen první stroj, když druhý by ji udělal za 16 hodin a třetí za 12 hodin?

$$\begin{aligned} & \frac{4}{y} + \frac{4}{16} + \frac{4}{12} = 1 \\ & \frac{4}{y} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = 1 \quad | \cdot 12y \\ & 48 + 3y + 4y = 12y \\ & 48 = 12y - 7y \\ & 48 = 5y \\ & 9,6 = y \\ & 9,6 \text{ h} \dots 9 \text{ h } 36 \text{ min} \\ & \text{O: První stroj by pracoval 9 h 36 min.} \end{aligned}$$

5) Martin dokáže nabarvit plot za 3 hodiny, Tomášovi trvá stejný plot nabarvit 2 hodiny. Zatímco pracují, jejich pes si občas olizuje nátěr a část barvy z plotu odstraní. Pes by dokázal celou nabarvenou plochu olízt a odstranit za 6 hodin. Jak dlouho bude trvat, než Martin a Tomáš společně dokončí práci, pokud pes současně barvu olizuje?

$$\begin{aligned} & \frac{x}{3} + \frac{x}{2} - \frac{x}{6} = 1 \quad | \cdot 6 \\ & 2x + 3x - x = 6 \\ & 4x = 6 \quad | :4 \\ & x = 1,5 \\ & \text{O: Práce bude trvat 1,5 h.} \end{aligned}$$

6) Babička dokáže nasbírat košík jablek za 30 minut, její vnuk Adam by stejný košík nasbíral za 60 minut. Zatímco sbírají, jejich koza ujídá jablka z košíku. Koza by celý košík snědla za 90 minut. Jak dlouho potrvá, než bude košík plný, pokud babička i Adam sbírají a koza současně ujídá?

$$\begin{aligned} & \frac{x}{30} + \frac{x}{60} - \frac{x}{90} = 1 \quad | \cdot 180 \\ & 6x + 3x - 2x = 180 \\ & 7x = 180 \\ & x = 26 \text{ min} \\ & \text{O: Košík bude plný za 26 minut.} \end{aligned}$$

Soustava rovnic 1

Řeš rovnici pomocí **sčítací metody** a proved' zkoušku

1)

$$\begin{aligned} x - y &= 5 \\ 2x + y &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \\ \hline 3x = 6 \quad / :3 \\ x = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 1 \\ x = 2 \\ \hline y = 1 - 4 \\ y = -3 \end{array}$$

zk:

$$L_1: 2 - (-3) = 2 + 3 = 5 \quad P_1: 5 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 2 \cdot 2 + (-3) = 4 - 3 = 1 \quad P_2: 1 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [2; -3]$$

2)

$$\begin{aligned} 3x + y &= -7 \\ -2x - y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3x + y = -7 \\ -2x - y = 4 \\ \hline x = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x + y = -7 \\ x = -3 \\ \hline y = -7 + 9 \\ y = 2 \end{array}$$

zk:

$$L_1: 3 \cdot (-3) + 2 = -7 \quad P_1: -7 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: -2 \cdot (-3) - 2 = 6 - 2 = 4 \quad P_2: 4 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [-3; 2]$$

3)

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ x + 3y &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = 4 \\ x + 3y = 5 \quad / \cdot (-3) \\ \hline -3x - 9y = -15 \\ \hline 3x - 2y - 3x - 9y = 4 - 15 \\ -11y = -11 \quad / : (-11) \\ y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = 4 \\ y = 1 \\ \hline 3x - 2 = 4 \\ 3x = 6 \quad / :3 \\ x = 2 \end{array}$$

zk:

$$L_1: 6 - 2 = 4 \quad P_1: 4 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 2 + 3 = 5 \quad P_2: 5 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [2; 1]$$

4)

$$\begin{aligned} x - y &= 3 \\ x - 4y &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 3 \\ x - 4y = 0 \quad / \cdot (-1) \\ \hline -x + 4y = -3 \\ \hline -y + 4y = 3 + 0 \\ 3y = 3 \quad / :3 \\ y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 3 \\ y = 1 \\ \hline x - 1 = 3 \\ x = 4 \end{array}$$

zk:

$$L_1: 4 - 1 = 3 \quad P_1: 3 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 4 - 4 = 0 \quad P_2: 0 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [4; 1]$$

5)

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \\ -x - y &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 1 \\ -x - y = -2 \quad / \cdot 2 \\ \hline 2x + 3y = 1 \\ -2x - 2y = -4 \\ \hline y = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 1 \\ y = -3 \\ \hline 2x + 3 \cdot (-3) = 1 \\ 2x - 9 = 1 \\ 2x = 10 \quad / :2 \\ x = 5 \end{array}$$

zk:

$$L_1: 10 - 9 = 1 \quad P_1: 1$$

$$L_2: -5 - (-3) = -2 \quad P_2: -2$$

$$L_1 = P_1 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [5; -3]$$

6)

$$\begin{aligned} x + y &= -1 \\ -5x - 3y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x + y = -1 \\ -5x - 3y = -1 \quad / \cdot 3 \\ \hline 3x + 3y = -3 \\ -5x - 3y = -1 \\ \hline -2x = -4 \quad / : (-2) \\ x = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + y = -1 \\ x = 2 \\ \hline 2 + y = -1 \\ y = -3 \end{array}$$

zk:

$$L_1: 2 - 3 = -1 \quad P_1: -1$$

$$L_2: -10 + 3 = -7 \quad P_2: -1$$

$$L_1 = P_1 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [2; -3]$$

Soustava rovnic 2

Řeš rovnici pomocí dosazovací metody a proved' zkoušku

1)

$$5x + 3y = 5$$

$$-x + y = -1 \rightarrow y = x - 1$$

$$5x + 3 \cdot (x - 1) = 5$$

$$5x + 3x - 3 = 5$$

$$8x = 8$$

$$x = 1$$

zk:

$$L_1: 5 + 0 = 5 \quad P_1: 0 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: -1 + 0 = -1 \quad P_2: -1 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [1; 0]$$

2)

$$x + y = 6 \rightarrow x = 6 - y$$

$$x - 2y = 0$$

$$6 - y - 2y = 0$$

$$6 - 3y = 0$$

$$-3y = -6 \quad /: -3$$

$$y = 2$$

$$[x; y] = [4; 2]$$

zk:

$$L_1: 4 + 2 = 6 \quad P_1: 6 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 4 - 2 \cdot 2 = 0 \quad P_2: 0 \quad L_2 = P_2$$

3)

$$x + y = 5 \rightarrow y = 5 - x$$

$$2x + y = 6$$

$$2x + 5 - x = 6$$

$$x = 1$$

zk:

$$L_1: 1 + 4 = 5 \quad P_1: 5 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 2 + 4 = 6 \quad P_2: 6 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [1; 4]$$

4)

$$x + 5y = -1 \rightarrow x = -1 - 5y$$

$$x + 6y = 1$$

$$-1 - 5y + 6y = 1$$

$$y = 2$$

$$[x; y] = [-11; 2]$$

zk:

$$L_1: -11 + 10 = -1 \quad P_1: -1 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: -11 + 12 = 1 \quad P_2: 1 \quad L_2 = P_2$$

5)

$$2x - 5y = 7$$

$$x + y = 7 \rightarrow y = 7 - x$$

$$2x - 5 \cdot (7 - x) = 7$$

$$2x - 35 + 5x = 7$$

$$7x = 42$$

$$x = 6$$

zk:

$$L_1: 12 - 5 = 7 \quad P_1: 7 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 6 + 1 = 7 \quad P_2: 7 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [6; 1]$$

6)

$$2x + 3y = 12$$

$$3x - y = 7 \rightarrow -y = 7 - 3x \quad /: (-1)$$

$$y = -7 + 3x$$

$$y = 3x - 7$$

$$y = 3 - 7$$

$$y = 2$$

$$2x + 3 \cdot (3x - 7) = 12$$

$$2x + 9x - 21 = 12$$

$$11x = 33$$

$$x = 3$$

zk:

$$L_1: 6 + 6 = 12 \quad P_1: 12 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 9 - 2 = 7 \quad P_2: 7 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [3; 2]$$

Soustava rovnic 3

Řeš rovnici pomocí sčítací metody a proved' zkoušku

1)

$$2x + 3y = 6$$

$$x - 2y = -4$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 6 \\ -x - 2y = -4 \quad / \cdot (-1) \\ \hline 3x + 5y = 10 \quad / : 3 \\ x = \frac{10 - 5y}{3} \end{array}$$

zk:
 $L_1: 0 + 6 = 6 \quad P_1: 6$
 $L_2: -4 \quad P_2: -4$
 $L_1 = P_1 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [0; 2]$$

2)

$$x + 3y = 8$$

$$2x - 5y = 5$$

$$\begin{array}{r} x + 3y = 8 \\ 2x - 5y = 5 \quad / \cdot (-1) \\ \hline -x + 11y = -3 \quad / : 11 \\ y = \frac{-3 + x}{11} \end{array}$$

zk:
 $L_1: 5 + 3 = 8 \quad P_1: 8 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 10 - 5 = 5 \quad P_2: 5 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [5; 1]$$

3)

$$4x + 7y = 6$$

$$2x - 5y = 20$$

$$\begin{array}{r} 4x + 7y = 6 \\ -2x + 5y = 20 \quad / \cdot (-2) \\ \hline 4x + 7y = 6 \\ -4x + 10y = -40 \\ \hline 17y = -34 \quad / : 17 \\ y = -2 \end{array}$$

zk:
 $L_1: 20 - 14 = 6 \quad P_1: 6 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 10 - 5 \cdot (-2) = 20 \quad P_2: 20 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [5; -2]$$

4)

$$2x + 3y = 40$$

$$3x + 2y = 35$$

$$\begin{array}{r} 2x + 3y = 40 \\ 3x + 2y = 35 \quad / \cdot (-3) \\ \hline 4x + 6y = 80 \\ -9x - 6y = -105 \\ \hline -5x = -25 \quad / : (-5) \\ x = 5 \end{array}$$

zk:
 $L_1: 10 + 30 = 40 \quad P_1: 40 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 15 + 20 = 35 \quad P_2: 35 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [5; 10]$$

5)

$$2x - 5y = 7$$

$$3x + 2y = 1$$

$$\begin{array}{r} 2x - 5y = 7 \\ 3x + 2y = 1 \quad / \cdot (-2) \\ \hline 4x - 10y = 14 \\ 15x + 10y = 5 \\ \hline 19x = 19 \quad / : 19 \\ x = 1 \end{array}$$

zk:
 $L_1: 2 - 5 \cdot (-1) = 7 \quad P_1: 7$
 $L_2: 3 - 2 = 1 \quad P_2: 1$
 $L_1 = P_1 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [1; -1]$$

6)

$$5x - 2y = 9$$

$$3x + 5y = -7$$

$$\begin{array}{r} 5x - 2y = 9 \\ 3x + 5y = -7 \quad / \cdot (-2) \\ \hline 25x - 10y = 45 \\ 6x + 10y = -14 \\ \hline 31x = 31 \quad / : 31 \\ x = 1 \end{array}$$

zk:
 $L_1: 5 + 4 = 9 \quad P_1: 9 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 3 - 10 = -7 \quad P_2: -7 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [1; -2]$$

Soustava rovnic 4

Řeš rovnici pomocí **dosazovací metody** a proved' zkoušku

1)

$$\begin{aligned} 4x + 2y &= 8 \quad / :2 \rightarrow 2x + y = 4 \quad \leftarrow \\ -x - y &= -2 \quad / :(-1) \quad x + y = 2 \rightarrow y = 2 - x \\ 2x + 2 - x &= 4 \quad y = 2 - 2 \\ x - 2 &= 0 \quad y = 0 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: 8 + 0 = 8 \quad P_1: 8 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: -2 - 0 = -2 \quad P_2: -2 \quad L_2 = P_2$
 $[x; y] = [2; 0]$

2)

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 1 \\ 2y &= 8 \quad \rightarrow y = 4 \\ 3x - 8 &= 1 \quad 3x = 9 \quad / :3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: 9 - 8 = 1 \quad P_1: 1 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 8 \quad P_2: 8 \quad L_2 = P_2$
 $[x; y] = [3; 4]$

3)

$$\begin{aligned} 3x &= 18 - 6y \quad / :3 \rightarrow x = 6 - 2y \\ 5x - 3y &= 4 \\ 5 \cdot (6 - 2y) - 3y &= 4 \\ 30 - 10y - 3y &= 4 \\ -13y &= 4 - 30 \\ -13y &= -26 \quad / :(-13) \\ y &= 2 \\ x = 6 - 2 \cdot 2 &= 2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: 6 \quad P_1: 18 - 12 = 6 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 10 - 6 = 4 \quad P_2: 4 \quad L_2 = P_2$
 $[x; y] = [2; 2]$

4)

$$\begin{aligned} x &= -6 + 5y \\ x &= 5 - 6y \\ -6 + 5y &= 5 - 6y \\ 5y + 6y &= 5 + 6 \\ 11y &= 11 \quad / :11 \\ y &= 1 \\ x &= 5 - 6 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: -1 \quad P_1: -6 + 5 = -1 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: -1 \quad P_2: 5 - 6 = -1 \quad L_2 = P_2$
 $[x; y] = [-1; 1]$

5)

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= -21 \\ 4x + 2y &= -2 \quad / :2 \quad 2x + y = -1 \\ &\rightarrow y = -1 - 2x \\ 2x - 3 \cdot (-1 - 2x) &= -21 \\ 2x + 3 + 6x &= -21 \\ 8x &= -21 - 3 \\ 8x &= -24 \quad / :8 \\ x &= -3 \\ y &= -1 - 2 \cdot (-3) = -1 + 6 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: -6 - 15 = -21 \quad P_1: -21 \quad L_1 = P_1$
 $P_1: -12 + 10 = -2 \quad P_2: -2 \quad L_2 = P_2$
 $[x; y] = [-3; 5]$

6) (Zde je vidět nevýhoda dosazovací metody)

→ Některé těžší příklady jinak řešit nelze !

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 17 \rightarrow 2x = 17 - 3y \quad / :2 \\ 3x - 2y &= -20 \quad x = \frac{17 - 3y}{2} \end{aligned}$$

$$3 \cdot \left(\frac{17 - 3y}{2} \right) - 2y = -20 \quad / :2 \quad x = \frac{17 - 21}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\begin{aligned} 3 \cdot (17 - 3y) - 4y &= -40 \\ 51 - 9y - 4y &= -40 \\ -13y &= -91 \quad / :(-13) \\ y &= 7 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: -4 + 21 = 17 \quad P_1: 17 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: -6 - 14 = -20 \quad P_2: -20 \quad L_2 = P_2$
 $[x; y] = [-2; 7]$

Soustava rovnic 5

Řeš rovnici a proved' zkoušku – Rovnice může mít i nekonečně nebo žádné řešení.

1)

$$2x - 3y = 5 \quad / \cdot 2$$

$$6y = 4x - 10 \quad / -4x$$

$$\begin{array}{r} 4x - 6y = 10 \\ -4x + 6y = -10 \\ \hline 0 + 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{array}$$

NEKONEČNĚ MNOHO
ŘEŠENÍ

2)

$$7x + 2y = 0$$

$$7x + 3y = 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$\begin{array}{r} 7x + 2y = 0 \\ -7x - 3y = 0 \\ \hline -y = 0 \\ y = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7x + 2 \cdot 0 = 0 \\ 7x = 0 \\ x = 0 \end{array}$$

$$[x; y] = [0; 0]$$

3)

$$x - y = 6 \quad \rightarrow x - y = 6$$

$$-x + y = 9 \quad / \cdot (-1) \rightarrow x - y = -9$$

$$\begin{array}{r} 0 + 0 = 15 \\ 0 = 15 \end{array}$$

NEMÁ ŘEŠENÍ

4)

$$2x - 3y = -11 \quad / \cdot 2$$

$$-4x + 6y = 22$$

$$\begin{array}{r} 4x - 6y = -22 \\ -4x + 6y = 22 \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

NEKONEČNĚ
MNOHO ŘEŠENÍ

5)

$$3x - 4y = 50 \quad / \cdot 3$$

$$2x + 3y = 5 \quad / \cdot 4 \quad \begin{array}{l} \text{zk: } +20 \\ L_1: 30 - 4(-5) = 50 \quad P_1: 50 \\ L_1 = P_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9x - 12y = 150 \\ 8x + 12y = 20 \\ \hline 17x = 170 \end{array}$$

$$17x = 170 \quad / : 17$$

$$x = 10$$

$$20 + 3y = 5$$

$$3y = 5 - 20$$

$$3y = -15$$

$$y = -5$$

$$L_2: 20 - 15 = 5 \quad P_2: 5$$

$$L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [10; -5]$$

6)

$$2x - 3y = 7 + 2x$$

$$y = 6$$

$$2x - 18 = 7 + 2x$$

$$0x = 7 + 18$$

$$0 = 25$$

ROVNICE NEMÁ ŘEŠENÍ

Procvičování: Řešené příklady bez videa

1)

$$\begin{aligned}x + y &= 5 \\ 2x - y &= 4\end{aligned}$$

$$[x; y] = [3; 2]$$

2)

$$\begin{aligned}3x + 2y &= 8 \\ x - y &= 1\end{aligned}$$

$$[x; y] = [2; 1]$$

3)

$$\begin{aligned}x - 2y &= 3 \\ 2x + y &= 11\end{aligned}$$

$$[x; y] = [5; 1]$$

4)

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 9 \\ x - y &= 2\end{aligned}$$

$$[x; y] = [3; 1]$$

5)

$$\begin{aligned}x + y &= 8 \\ x - y &= 2\end{aligned}$$

$$[x; y] = [5; 3]$$

6)

$$\begin{aligned}2x + y &= 11 \\ x + 2y &= 10\end{aligned}$$

$$[x; y] = [4; 3]$$

7)

$$\begin{aligned}3x - y &= 9 \\ 2x + y &= 11\end{aligned}$$

$$[x; y] = [4; 3]$$

8)

$$\begin{aligned}x + 4y &= 9 \\ 3x - y &= 1\end{aligned}$$

$$[x; y] = [1; 2]$$

9)

$$\begin{aligned}x - 2y &= -10 \\ 4x + y &= 14\end{aligned}$$

$$[x; y] = [2; 6]$$

10)

$$\begin{aligned}3x + 2y &= 13 \\ 2x - y &= 4\end{aligned}$$

$$[x; y] = [3; 2]$$

11)

$$\begin{aligned}3x + 2y &= 15 \\ x - y &= 0\end{aligned}$$

$$[x; y] = [3; 3]$$

12)

$$\begin{aligned}x - 2y &= 3 \\ x + 5y &= 10\end{aligned}$$

$$[x; y] = [5; 1]$$

13)

$$\begin{aligned}x + y &= 8 \\ 2x - 3y &= 1\end{aligned}$$

$$[x; y] = [5; 3]$$

14)

$$\begin{aligned}2x + y &= 11 \\ 5x - 2y &= 14\end{aligned}$$

$$[x; y] = [4; 3]$$

15)

$$\begin{aligned}3x - y &= 8 \\ 2x + y &= 2\end{aligned}$$

$$[x; y] = [2; -2]$$

16)

$$\begin{aligned}3x - 2y &= -1 \\ 3x - y &= 1\end{aligned}$$

$$[x; y] = [1; 2]$$

17)

$$\begin{aligned}3x - y &= 14 \\ 4x + 2y &= 12\end{aligned}$$

$$[x; y] = [4; -2]$$

18)

$$\begin{aligned}2x + 2y &= 26 \\ x - 5y &= -5\end{aligned}$$

$$[x; y] = [10; 3]$$

19)

$$\begin{aligned}3x - 2y &= -14 \\ 2x - 3y &= -21\end{aligned}$$

$$[x; y] = [0; 7]$$

20)

$$\begin{aligned}3x - y &= -6 \\ 2x + 5y &= 13\end{aligned}$$

$$[x; y] = [-1; 3]$$

21)

$$\begin{aligned}4x - y &= -23 \\ x + 3y &= 4\end{aligned}$$

$$[x; y] = [-5; 3]$$

22)

$$\begin{aligned}7x + y &= 12 \\ 2x - 2y &= 8\end{aligned}$$

$$[x; y] = [2; -2]$$

23)

$$\begin{aligned}3x - 9y &= 33 \\ x + 5y &= -5\end{aligned}$$

$$[x; y] = [5; -2]$$

24)

$$\begin{aligned}5x - 2y &= 16 \\ 6x - 4y &= 16\end{aligned}$$

$$[x; y] = [4; 2]$$

25)

$$\begin{aligned}7x - 2y &= -5 \\ 3x + 5y &= -8\end{aligned}$$

$$[x; y] = [-1; -1]$$

26)

$$\begin{aligned}2x + 2y &= 14 \\ 3x - 6y &= -24\end{aligned}$$

$$[x; y] = [2; 5]$$

27)

$$\begin{aligned}x - 5y &= -23 \\ 2x + 3y &= 19\end{aligned}$$

$$[x; y] = [2; 5]$$

28)

$$\begin{aligned}x - 5y &= -6 \\ -6x + 10y &= -4\end{aligned}$$

$$[x; y] = [4; 2]$$

Soustava rovnic 6

Řeš rovnici a proved' zkoušku

1)

$$\begin{array}{rcl} 4x - 3y = 17 & / \cdot 3 & 12x - 9y = 51 \\ -3x - 7y = 15 & / \cdot 4 & -12x - 28y = 60 \\ \hline 12x - 9y = 51 & & \\ -12x - 28y = 60 & & \\ \hline -37y = 111 & / : (-37) & \\ y = -3 & & \end{array}$$

zk:
 $L_1: 4 \cdot (-3) - 3 \cdot (-5) = 17 \quad P_1: 17 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: -3 \cdot (-3) - 7 \cdot (-5) = 15 \quad P_2: 15 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [2; -3]$$

2)

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3y = 8 & / \cdot (-2) & -4x + 6y = -16 \\ 3x - 2y = 27 & / \cdot 3 & 9x - 6y = 81 \\ \hline -4x + 6y = -16 & & \\ 9x - 6y = 81 & & \\ \hline 5x = 65 & / : 5 & \\ x = 13 & & \end{array}$$

zk:
 $L_1: 2 \cdot 13 - 3 \cdot 8 = 8 \quad P_1: 8 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 3 \cdot 13 - 2 \cdot 27 = 27 \quad P_2: 27 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [13; 6]$$

3)

$$\begin{array}{rcl} 7x - 8y = 13 & / \cdot 3 & 21 - 8y = 13 \\ 2x + 3y = 9 & / \cdot 8 & 16x + 24y = 72 \\ \hline 21x - 8y = 13 & & \\ 16x + 24y = 72 & & \\ \hline 37x = 111 & / : 37 & \\ x = 3 & & \end{array}$$

zk:
 $L_1: 7 \cdot 3 - 8 \cdot 1 = 13 \quad P_1: 13 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 = 9 \quad P_2: 9 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [3; 1]$$

4)

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3y = -11 & / \cdot 2 & 4x - 6y = -22 \\ 3x + 2y = 3 & / \cdot 3 & 9x + 6y = 9 \\ \hline 4x - 6y = -22 & & \\ 9x + 6y = 9 & & \\ \hline 13x = -13 & / : 13 & \\ x = -1 & & \end{array}$$

zk:
 $L_1: 2 \cdot (-1) - 3 \cdot 1 = -11 \quad P_1: -11 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 = 3 \quad P_2: 3 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [-1; 3]$$

5)

$$\begin{array}{rcl} 3x - 4y = 18 & / \cdot 2 & 6x - 8y = 36 \\ 2x + 3y = -22 & / \cdot (-3) & -6x - 9y = 66 \\ \hline 6x - 8y = 36 & & \\ -6x - 9y = 66 & & \\ \hline -17y = 102 & / : (-17) & \\ y = -6 & & \end{array}$$

zk:
 $L_1: 3 \cdot (-6) - 4 \cdot (-6) = 18 \quad P_1: 18 \quad L_1 = P_1$
 $L_2: 2 \cdot (-6) + 3 \cdot (-6) = -22 \quad P_2: -22 \quad L_2 = P_2$

$$[x; y] = [-2; -6]$$

6)

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3y = 7 & / \cdot 3 & 6 - 3y = 7 \\ 3x + 9y = 6 & & -3y = 1 \quad / : (-3) \\ \hline 6x - 9y = 21 & & \\ 3x + 9y = 6 & & \\ \hline 9x = 27 & / : 9 & \\ x = 3 & & \end{array}$$

zk:
 $L_1: 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-1) = 7 \quad P_1: 7$
 $L_2: 3 \cdot 3 + 9 \cdot (-1) = 6 \quad P_2: 6$

$$[x; y] = [3; -1]$$

Soustava rovnic 7

Řeš rovnici a proved' zkoušku

1)

$$\frac{x}{3} + y = 1 \quad / \cdot 9$$

$$4x - 9y = 5$$

$$\begin{array}{r} 3x + 9y = 9 \\ 4x - 9y = 5 \\ \hline 7x = 14 \end{array} \quad / : 7$$

$$x = 2$$

$$3 \cdot 2 + 9y = 9$$

$$9y = 9 - 6$$

$$9y = 3 \quad / : 3$$

$$3y = 1 \quad / : 3$$

$$y = \frac{1}{3}$$

zk:

$$L_1: \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

$$P_1: 1 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 4 \cdot 2 - 9 \cdot \frac{1}{3} = 8 - 3 = 5$$

$$P_2: 5$$

$$L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [2; \frac{1}{3}]$$

2)

$$5x + 8y = 10$$

$$15x - 4y = -12 \quad / \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 5x + 8y = 10 \\ 30x - 8y = -24 \\ \hline 35x = -14 \\ 5x = -2 \\ x = -\frac{2}{5} \end{array} \quad / : 7$$

$$5 \cdot (-\frac{2}{5}) + 8y = 10$$

$$-2 + 8y = 10$$

$$8y = 12 \quad / : 4$$

$$2y = 3 \quad / : 3$$

$$y = \frac{3}{2}$$

zk:

$$L_1: 5 \cdot (-\frac{2}{5}) + 8 \cdot \frac{3}{2} = -2 + 12 = 10$$

$$P_1: 10$$

$$L_1 = P_1$$

$$L_2: 15 \cdot (-\frac{2}{5}) - 4 \cdot \frac{3}{2} = -6 - 6 = -12$$

$$P_2: -12$$

$$L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [-\frac{2}{5}; \frac{3}{2}]$$

3)

$$0,2x + 0,6y = 1,6 \quad / \cdot 10$$

$$0,4x - y = 1 \quad / \cdot 10$$

$$\begin{array}{r} 2x + 6y = 16 \\ 4x - 10y = 10 \\ \hline 2x + 6y = 16 \\ -2x + 5y = -5 \\ \hline 11y = 11 \end{array} \quad / : (-2)$$

$$\begin{array}{r} 11y = 11 \\ y = 1 \end{array} \quad / : 11$$

$$2x + 6 = 16$$

$$2x = 10 \quad / : 2$$

$$x = 5$$

zk:

$$L_1: 1 + 0,6 = 1,6 \quad P_1: 1,6 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 2 - 1 = 1 \quad P_2: 1 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [5; 1]$$

PRO VÝPOČET DRUHÉ NEZNÁMÉ MOHU DOSADIT DO LIBOVOLNÉ ROVNICE S X A Y.

[NELEZE PRO ZKOUŠKY -> DO ZHODNUTÍ !]

4)

$$\frac{x}{2} - 5y = 1 \quad / \cdot 2$$

$$3x + 2y = 12,4 \quad / \cdot 5$$

$$\begin{array}{r} x - 10y = 2 \\ 15x + 10y = 62 \\ \hline 16x = 64 \\ x = 4 \end{array} \quad / : 16$$

$$15 \cdot 4 + 10y = 62$$

$$60 + 10y = 62$$

$$10y = 2 \quad / : 2$$

$$5y = 1 \quad / : 5$$

$$y = \frac{1}{5}$$

zk:

$$L_1: \frac{4}{2} - 5 \cdot (\frac{1}{5}) = 2 - 1 = 1 \quad P_1: 1 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: 3 \cdot 4 + 2 \cdot \frac{1}{5} = 12 + 0,4 = 12,4 \quad P_2: 12,4$$

$$L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [4; \frac{1}{5}]$$

5)

$$6x + 3y = 15 \quad / : 3$$

$$-0,2x + 0,5y = 0,4 \quad / \cdot 10$$

$$\begin{array}{r} 2x + y = 5 \\ -2x + 5y = 4 \\ \hline 6y = 9 \end{array} \quad / : 3$$

$$2y = 3$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$2x + \frac{3}{2} = 5 \quad / \cdot 2$$

$$4x + 3 = 10$$

$$4x = 7 \quad / : 4$$

$$x = \frac{7}{4}$$

zk:

$$L_1: 6 \cdot \frac{7}{4} + 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{21}{2} + \frac{9}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$P_1: 15 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: -0,2 \cdot \frac{7}{4} + 0,5 \cdot \frac{3}{2} = -\frac{7}{20} + \frac{15}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$P_2: 0,4 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [\frac{7}{4}; \frac{3}{2}]$$

6)

$$1,5x - 0,5y = 3,5 \quad / \cdot 2$$

$$0,5x + 1,5y = 3,5 \quad / \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 3x - y = 7 \\ x + 3y = 7 \\ \hline 9x - 3y = 21 \\ x + 3y = 7 \\ \hline 10x = 28 \end{array} \quad / : 3$$

$$x = \frac{28}{10}$$

$$3x - y = 7$$

$$3 \cdot \frac{28}{10} - y = 7$$

$$\frac{84}{10} - y = 7$$

$$-y = 7 - \frac{84}{10}$$

$$-y = \frac{70}{10} - \frac{84}{10} = -\frac{14}{10}$$

$$y = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{14}{5} + 3y = 7 \quad / \cdot 5$$

$$14 + 15y = 35$$

$$15y = 21 \quad / : 3$$

$$5y = 7 \quad / : 5$$

$$y = \frac{7}{5}$$

zk:

$$L_1: \frac{1,5 \cdot \frac{28}{10} - 0,5 \cdot \frac{7}{5}}{1} = \frac{4,2}{10} - \frac{7}{10} = \frac{35}{10} = 3,5$$

$$P_1: 3,5 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: \frac{0,5 \cdot \frac{28}{10} + 1,5 \cdot \frac{7}{5}}{1} = \frac{14}{10} + \frac{21}{10} = \frac{35}{10} = 3,5$$

$$P_2: 3,5 \quad L_2 = P_2$$

$$[x; y] = [\frac{28}{10}; \frac{7}{5}]$$

Procvičování: Řešené příklady bez videa

Cermat ilustrační 2025

$$3x + \frac{3}{4}y = 1$$
$$3,5y + 3x = 6,5$$

$$[x; y] = \left[-\frac{1}{6}; 2 \right]$$

1)

$$0,5x + 0,5y = 2,5$$
$$x - \frac{y}{2} = 2$$

$$[x; y] = [3; 2]$$

2)

$$1,5x - y = 4$$
$$x - y = 1$$

$$[x; y] = [6; 5]$$

3)

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{2} = \frac{3}{4}$$
$$x + 0,5y = 5,5$$

$$[x; y] = [5; 1]$$

4)

$$\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{3}{2}$$
$$0,1x - 0,1y = 0,2$$

$$[x; y] = [-3; -5]$$

5)

$$0,4x + 0,4y = 3,2$$
$$0,3x - 0,3y = 0,6$$

$$[x; y] = [5; 3]$$

6)

$$x + 0,5y = 6,5$$
$$0,25x + 0,5y = 2$$

$$[x; y] = [6; 1]$$

7)

$$2,1x - 0,7y = 6,3$$
$$2x + y = 11$$

$$[x; y] = [4; 3]$$

8)

$$\frac{x}{6} + \frac{2y}{3} = \frac{3}{2}$$
$$0,6x - 0,2y = 0,2$$

$$[x; y] = [1; 2]$$

9)

$$0,5x - y = -5$$
$$x + 0,25y = 3,5$$

$$[x; y] = [2; 6]$$

10)

$$x + \frac{2y}{3} = \frac{13}{3}$$

$$x - \frac{y}{2} = 2$$

$$[x; y] = [3; 2]$$

11)

$$x + \frac{2y}{3} = 5$$
$$0,9x - 0,9y = 0$$

$$[x; y] = [3; 3]$$

12)

$$0,4x - 0,8y = 1,2$$
$$0,2x + y = 2$$

$$[x; y] = [5; 1]$$

13)

$$0,5x + 0,5y = 4$$
$$x - 1,5y = 0,5$$

$$[x; y] = [5; 3]$$

14)

$$x + 0,5y = 5,5$$
$$x - \frac{2y}{5} = 2,8$$

$$[x; y] = [4; 3]$$

15)

$$0,3x - 0,1y = 0,8$$
$$3x + 1,5y = 3$$

$$[x; y] = [2; -2]$$

16)

$$x - \frac{2y}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$x - \frac{y}{3} = \frac{1}{3}$$

$$[x; y] = [1; 2]$$

17)

$$0,75x - 0,25y = 3,5$$
$$4x + 2y = 12$$

$$[x; y] = [4; -2]$$

18)

$$0,5x + \frac{y}{2} = 6,5$$
$$0,2x - y = -1$$

$$[x; y] = [10; 3]$$

19)

$$\frac{3x}{4} - 0,5y = -\frac{7}{2}$$

$$\frac{2x}{3} - y = -7$$

$$[x; y] = [0; 7]$$

20)

$$x - \frac{y}{3} = -2$$

$$x + 2,5y = 6,5$$

$$[x; y] = [-1; 3]$$

Soustava rovnic 8

Řeš rovnici a proved' zkoušku

1)

$$\begin{aligned} x - \frac{5y}{4} &= \frac{7}{2} \quad / \cdot 4 \\ -2x + 2,5y &= 14 \quad / \cdot 2 \\ \hline 4x - 5y &= 14 \\ -4x + 5y &= 28 \\ \hline 0 &= 42 \\ \text{NEMA' ŘEŠENÍ} \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} 5(x-3) - 3(y+2) &= 23 \\ 3(x-3) + 5(y+2) &= 7 \\ \hline 5x - 15 - 3y - 6 &= 23 \\ 3x - 9 + 5y + 10 &= 7 \\ \hline 5x - 3y &= 23 + 21 \\ 3x + 5y &= 7 - 1 \\ \hline 5x - 3y &= 44 \quad / \cdot 3 \\ 3x + 5y &= 6 \quad / \cdot (-5) \\ \hline 15x - 9y &= 132 \\ -15x - 25y &= -30 \\ \hline -34y &= 102 \quad / : (-34) \\ y &= -3 \\ 3x + 5 \cdot (-3) &= 6 \\ 3x - 15 &= 6 \\ 3x &= 6 + 15 \\ 3x &= 21 \quad / : 3 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: 5 \cdot (4) - 3 \cdot (-3+2) = 20 + 3 = 23$
 $P_1: 23$
 $L_1 = P_1$
 $L_2: 3 \cdot 4 + 5 \cdot (-3+2) = 12 - 5 = 7$
 $P_2: 7$
 $L_2 = P_2$

$[x; y] = [7; -3]$

3)

$$\begin{aligned} (x+5)(y-2) &= (x+2)(y-1) \\ (x-4)(y+7) &= (x-3)(y+4) \\ \hline xy - 2x + 5y - 10 &= xy - x + 2y - 2 \\ xy + 7x - 4y - 28 &= xy + 4x - 3y - 12 \\ \hline -2x + 5y + x - 2y &= -2 + 10 \\ 7x - 4y - 4x + 3y &= -12 + 28 \\ \hline -x + 3y &= 8 \quad / \cdot 3 \\ 3x - y &= 16 \\ \hline -3x + 3y &= 24 \\ 3x - y &= 16 \\ \hline 8y &= 40 \quad / : 8 \\ y &= 5 \\ 3x - 5 &= 16 \\ 3x &= 16 + 5 \\ 3x &= 21 \quad / : 3 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: 12 \cdot 3 = 36$
 $P_1: 3 \cdot 4 = 36$
 $L_1 = P_1$
 $L_2: 3 \cdot 12 = 36$
 $P_2: 4 \cdot 3 = 36$
 $L_2 = P_2$

$[x; y] = [7; 5]$

4)

$$\begin{aligned} (x+3)(y-1) &= (x-1)(y+2) \\ (x-2)(y+4) &= (x+7)(y-2) \\ \hline xy - x + 3y - 3 &= xy + 2x - y - 2 \\ xy + 4x - 2y - 8 &= xy - 2x + 7y - 14 \\ \hline -x + 3y - 2x + y &= -2 + 3 \\ 4x - 2y + 2x - 7y &= -14 + 8 \\ \hline -3x + 4y &= 1 \quad / \cdot 2 \\ 6x - 8y &= -6 \\ \hline -6x + 8y &= 2 \\ 6x - 8y &= -6 \\ \hline -y &= -4 \\ y &= 4 \\ 6x - 36 &= -6 \\ 6x &= -6 + 36 \\ 6x &= 30 \quad / : 6 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

zk:
 $L_1: 8 \cdot 3 = 24$
 $P_1: 4 \cdot 6 = 24$
 $L_1 = P_1$
 $L_2: 3 \cdot 8 = 24$
 $P_2: 12 \cdot 2 = 24$
 $L_2 = P_2$

$[x; y] = [5; 4]$

Soustava rovnic 9

Najdi kořeny rovnice

1)

$$x - 2y = 0$$

$$\frac{x+3}{2} = \frac{1-y}{4} \quad / \cdot 4$$

$$x = 2y$$

$$2x + 6 = 1 - y$$

$$2 \cdot 2y + 6 = 1 - y$$

$$4y + y = 1 - 6$$

$$5y = -5 \quad / : 5$$

$$y = -1$$

$$x = -2$$

zk:

$$L_1: -2 - 2 \cdot (-1) = -2 + 2 = 0$$

$$P_1: 0 \quad L_1 = P_1$$

$$L_2: \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P_2: \frac{1-(-1)}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad L_2 = P_2$$

$$\{x; y\} = [-2; -1]$$

2)

$$8x - 6y = 1$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{1}{2}(y+3) \quad / \cdot 6$$

$$8x - 6y = 1$$

$$4x = 3 \cdot (y+3)$$

$$8x - 6y = 1$$

$$4x - 3y = 3 \quad / \cdot 2$$

$$8x - 6y = 1$$

$$-8x + 6y = -18$$

$$0 = -17$$

NEHODŘESENÍ

3)

$$\frac{u-v}{3} = 3u + 6v - 1 \quad / \cdot 3$$

$$2(4u + 5v) = 3(1 - 3v)$$

$$u - v = 9u + 18v - 3$$

$$8u + 10v = 3 - 9v$$

$$-8u - 19v = -3$$

$$8u + 19v = 3$$

$$0 = 0$$

NEKONEČNĚ MNOHO
ŘEŠENÍ

4)

$$\frac{u}{2} + \frac{v-2}{3} = 0 \quad / \cdot 6$$

$$2(u+v) = 3(v+2) - 1$$

$$3u + 2v - 4 = 0$$

$$2u + 2v = 3v + 6 - 1$$

$$3u + 2v = 4$$

$$2u - v = 5 \quad / \cdot 2$$

$$3u + 2v = 4$$

$$4u - 2v = 10$$

$$7u = 14 \quad / : 7$$

$$u = 2$$

$$3 \cdot 2 + 2v = 4$$

$$2v = -2 \quad / : 2$$

$$v = -1$$

$$\{u; v\} = [2; -1]$$

5)

$$3(x+2y) - 2(2x-y) = 23$$

$$\frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{3} = \frac{1}{3} \quad / \cdot 6$$

$$3x + 6y - 4x + 2y = 23$$

$$3x - 3y + 2x + 2y = 2$$

$$-x + 8y = 23$$

$$5x - y = 2 \quad / \cdot 8$$

$$-x + 8y = 23$$

$$40x - 8y = 16$$

$$39x = 39 \quad / : 39$$

$$x = 1$$

$$-1 + 8y = 23$$

$$8y = 24 \quad / : 8$$

$$y = 3$$

$$\{x; y\} = [1; 3]$$

6)

$$\frac{x+y-2}{4} = \frac{x-2y-1}{2} \quad / \cdot 4$$

$$\frac{2x+5y+1}{2} = \frac{5x-1}{3} \quad / \cdot 6$$

$$x+y-2 = 2x-4y-2$$

$$6x+15y+3 = 10x-2$$

$$-x+5y = 0 \rightarrow 5y = x$$

$$-4x+15y = -5$$

$$-4 \cdot 5y + 15y = -5$$

$$-5y = -5 \quad / : (-5)$$

$$y = 1$$

$$x = 5$$

$$\{x; y\} = [5; 1]$$

Soustava rovnic 10

Najdi kořeny rovnice

1)

$$\begin{aligned} \frac{3x-2y}{5} + \frac{2x-3y}{3} &= 1 \quad / \cdot 15 & \text{zk:} \\ L_1: \frac{9-4}{5} + \frac{6-6}{3} &= \frac{5}{5} + 0 = 1 \\ \frac{2x-6y}{3} + \frac{4x-3y}{2} &= 1 \quad / \cdot 6 & P_1: 1 \quad L_1 = P_1 \\ L_2: \frac{6-12}{3} + \frac{12-6}{2} &= -\frac{6}{3} + \frac{6}{2} \\ &= -2 + 3 = 1 \quad P_2: 1 \\ &L_2 = P_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - 6y + 10x - 15y &= 15 \\ 4x - 12y + 12x - 9y &= 6 \\ 13x - 21y &= 15 \\ -16x + 21y &= -6 \\ 3x &= 9 \quad / : 3 \\ x &= 3 \\ -16 \cdot 3 + 21y &= -6 \\ 21y &= -6 + 48 \\ 21y &= 42 \quad / : 21 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

$[x; y] = [3; 2]$

2)

$$\begin{aligned} \frac{2x-y+3}{3} - \frac{x-2y+3}{4} &= 4 \quad / \cdot 12 & \text{zk: } 3,5 \\ L_1: \frac{14-5+3}{3} - \frac{7-10+3}{4} &= \frac{12}{3} - \frac{-3}{4} = 4 \quad P_1: 4 \\ &L_1 = P_1 \\ \frac{3x-4y+3}{4} + \frac{4x-2y-9}{3} &= 4 \quad / \cdot 12 \\ 8x - 4y + 12 - 3x + 6y - 9 &= 48 \\ 3x - 12y + 3 + 16x - 8y - 36 &= 48 \\ 5x + 2y &= 45 \\ 25x - 20y &= 225 \quad / : (-5) \\ 5x + 2y &= 45 \\ -5x + 4y &= -15 \\ 6y &= 30 \quad / : 6 \\ y &= 5 \\ 5x + 10 &= 45 \\ 5x &= 35 \quad / : 5 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

$[x; y] = [7; 5]$

3)

$$\begin{aligned} \frac{3x-2y}{2} &= 6 \quad / \cdot 2 & \text{Pod: } x \neq 0 \\ \frac{y+8}{x} &= 2 \quad / \cdot x & \text{zk:} \\ L_1: \frac{12-0}{2} &= 6 \quad P_1: 6 \\ &L_1 = P_1 \\ L_2: \frac{8}{4} &= 2 \quad P_2: 2 \\ &L_2 = P_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 12 \\ y + 8 &= 2x \\ 3x - 2y &= 12 \\ -2x + y &= -8 \quad / : 2 \\ 3x - 2y &= 12 \\ -4x + 2y &= -16 \\ -x &= -4 \quad / : (-1) \\ x &= 4 \\ -8 + y &= -8 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$[x; y] = [4; 0]$

4)

$$\begin{aligned} 2u - 3v &= 5 \\ \frac{3v+2}{2u} &= 4 \quad / \cdot 2u & \text{Pod: } u \neq 0 \\ 2u - 3v &= 5 \\ 3v + 2 &= 8u \\ 2u - 3v &= 5 \\ -8u + 3v &= -2 \\ -6u &= 3 \quad / : 3 \\ -2u &= 1 \quad / : (-2) \\ u &= -\frac{1}{2} \\ 3v + 2 &= 8 \cdot (-\frac{1}{2}) \\ 3v &= -4 - 2 \\ 3v &= -6 \quad / : 3 \\ v &= -2 \end{aligned}$$

$[u; v] = [-\frac{1}{2}; -2]$

5)

$$\begin{aligned} 5r + s &= 4 \\ \frac{r-3}{2s} &= 1 \quad / \cdot 2s & \text{Pod: } s \neq 0 \\ s &= 4 - 5r \\ r - 3 &= 2s \\ r - 3 &= 2(4 - 5r) \\ r - 3 &= 8 - 10r \\ 11r &= 11 \quad / : 11 \\ r &= 1 \\ s &= 4 - 5 \\ s &= -1 \end{aligned}$$

$[r; s] = [1; -1]$

6)

$$\begin{aligned} \frac{p+5q}{5} &= -1 \quad / \cdot 5 & \text{Pod: } q \neq 0 \\ \frac{1-p}{q} &= -4 \quad / \cdot q & \text{zk: } -\frac{5}{3}; -\frac{2}{3} \\ L_1: \frac{-5+5 \cdot (-\frac{2}{3})}{5} &= \frac{-5-\frac{10}{3}}{5} = \frac{-\frac{15}{3}-\frac{10}{3}}{5} = \frac{-\frac{25}{3}}{5} = -\frac{5}{3} = -1 \\ &P_1: -1 \quad L_1 = P_1 \\ L_2: \frac{1-(-\frac{5}{3})}{-\frac{2}{3}} &= \frac{\frac{8}{3}}{-\frac{2}{3}} = -\frac{8}{2} = -4 \\ &P_2: -4 \quad L_2 = P_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p + 5q &= -5 \\ 1 - p &= -4q \\ p + 5q &= -5 \\ -p + 4q &= -1 \\ 3q &= -6 \quad / : 3 \\ q &= -2 \\ 3q &= -2 \quad / : 3 \\ q &= -\frac{2}{3} \\ p + 5 \cdot (-\frac{2}{3}) &= -5 \\ p - \frac{10}{3} &= -5 \quad / : 3 \\ 3p - 10 &= -15 \\ 3p &= -5 \quad / : 3 \\ p &= -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

$[p; q] = [-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}]$

Soustava rovnic 11

Najdi kořeny rovnice

1)

$$\frac{x+3}{2y-1} = 2$$

$$\rightarrow \text{Pod: } y \neq \frac{1}{2}$$

$$3(x-2y) = 2(3y+2)$$

$$x+3 = 2 \cdot (2y-1)$$

$$3x-6y = 6y+4$$

$$x+3 = 4y-2$$

$$3x-12y = 4$$

$$x-4y = -5 \quad / \cdot (-3)$$

$$3x-12y = 4$$

$$-3x+12y = 15$$

$$3x-12y = 4$$

$$0 = 19$$

Rovnice nemá řešení

2)

$$\frac{x-3}{y+1} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow \text{Pod: } y \neq -1$$

$$2(x-y-2) = 4-x$$

$$3 \cdot (x-3) = 2 \cdot (y+1)$$

$$2x-2y-4 = 4-x$$

$$3x-9 = 2y+2$$

$$3x-2y = 8$$

$$3x-2y = 11$$

$$-3x+2y = -8$$

$$0 = 3$$

Rovnice nemá řešení

3)

$$\frac{u+1}{v-3} = 1$$

$$\rightarrow \text{Pod: } v \neq 3, v \neq 0$$

$$\frac{u-2}{2v} = 2$$

$$\rightarrow \cdot 2v$$

zk:

$$L_1: \frac{-6+1}{-2-3} = \frac{-5}{-5} = 1 \quad P_1: 1$$

$$L_1 = P_1$$

$$L_2: \frac{-6-2}{2 \cdot (-2)} = \frac{-8}{-4} = 2 \quad P_2: 2$$

$$L_2 = P_2$$

$$\{u; v\} = \{-6; -2\}$$

4)

$$\frac{2u+5}{3v} = -3$$

$$\rightarrow \cdot 3v$$

$$\rightarrow \text{Pod: } u \neq 0, v \neq 0$$

$$\frac{2-6v}{4u} = 3$$

$$\rightarrow \cdot 4u$$

$$2u+5 = -9 \cdot (-\frac{2}{3})$$

$$2u = 6-5$$

$$2u = 1 \quad / :2$$

$$u = \frac{1}{2}$$

zk:

$$L_1: \frac{2 \cdot \frac{1}{2} + 5}{8 \cdot (-\frac{2}{3})} = \frac{6}{-2} = -3 \quad P_1: -3$$

$$L_1 = P_1$$

$$L_2: \frac{2-6 \cdot (-\frac{2}{3})}{4 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$P_2: 3$$

$$L_2 = P_2$$

$$\{u; v\} = \{\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}\}$$

5)

$$\frac{2}{x+5} = \frac{5}{y+2}$$

$$\rightarrow \text{Pod: } x \neq -5, y \neq -2, x \neq 2, y \neq 5$$

$$\frac{5}{x-2} = \frac{2}{y-5}$$

$$\rightarrow \text{Pod: } x \neq 2, y \neq 5$$

$$2 \cdot (y+2) = 5 \cdot (x+5)$$

$$5 \cdot (y-5) = 2 \cdot (x-2)$$

$$2y+4 = 5x+25$$

$$5y-25 = 2x-4$$

$$-5x+2y = 21 \quad / :5$$

$$-2x+5y = 21 \quad / : (-2)$$

$$-25x+10y = 105$$

$$+4x-10y = -42$$

$$-21x = 63 \quad / :21$$

$$-x = 3 \quad / : (-1)$$

$$x = -3$$

$$2y+4 = -15+25$$

$$2y = 10-4$$

$$2y = 6 \quad / :2$$

$$y = 3$$

$$\{x; y\} = \{-3; 3\}$$

6)

$$\frac{4}{2x+1} = \frac{1}{3y-1}$$

$$\rightarrow \text{Pod: } x \neq -\frac{1}{2}, y \neq \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{4x-3} = \frac{5}{6y+1}$$

$$\rightarrow \text{Pod: } x \neq \frac{3}{4}, y \neq -\frac{1}{6}$$

$$4 \cdot (3y-1) = 2x+1$$

$$3 \cdot (6y+1) = 5 \cdot (4x-3)$$

$$12y-4 = 2x+1$$

$$18y+3 = 20x-15$$

$$-2x+12y = 5 \quad / :5$$

$$-20x+18y = -18 \quad / : (-2)$$

$$-10x+60y = 25$$

$$10x-3y = 9$$

$$51y = 34 \quad / :17$$

$$3y = 2 \quad / :3$$

$$y = \frac{2}{3}$$

$$\{x; y\} = \{\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\}$$

Úlohy na soustavu rovnic 1

1) V 45 plně obsazených pokojích bylo ubytováno 169 hostů. Některé pokoje byly trojlůžkové a některé pětilůžkové. Kolik bylo jakých pokojů? (počítej přes **jednu rovnici o jedné neznámé**)

Pokoje	Hosté	zk:
3-lůž. x (32)	3x	84
5-lůž. 45-x (44)	5·(45-x)	85
45	169	169 ✓

$$\begin{aligned}
 3x + 5 \cdot (45 - x) &= 169 \\
 3x + 225 - 5x &= 169 \\
 -2x &= 169 - 225 \\
 -2x &= -56 \quad / : (-2) \\
 x &= 28
 \end{aligned}$$

O: Trojlůžkových pokojů je 28 a pětilůžkových 17.

2) V nemocnici je celkem 160 pacientů ve 45 plně obsazených pokojích. Některé z nich jsou třílůžkové, ostatní čtyřlůžkové. Kolik pokojů je třílůžkových a kolik čtyřlůžkových?

Pokoj	Pacienti	zk
3-lůž. x (20)	3x	60
4-lůž. y (25)	4y	100
45	160	160 ✓

$$\begin{aligned}
 x + y &= 45 \quad / \cdot (-1) \\
 3x + 4y &= 160 \\
 -3x - 3y &= -135 \\
 3x + 4y &= 160 \\
 \hline
 -y &= 25 \\
 y &= 25 \\
 x + 25 &= 45 \\
 x &= 20
 \end{aligned}$$

O: V nemocnici je 20 trojlůžkových a 25 čtyřlůžkových pokojů.

4) V hotelu jsou dva jednolůžkové pokoje. Dále jsou tam dvojlůžkové a třílůžkové pokoje. Najednou zde může být ubytováno 176 hostů. Kolik je dvoulůžkových a kolik je třílůžkových pokojů? Celkem je pokojů 65.

Pokoj	Hosté	zk
1-lůž. 2	2	2
2-lůž. x	2x	30
3-lůž. y	3y	44
65	176	176 ✓

$$\begin{aligned}
 2 + x + y &= 65 \\
 2 + 2x + 3y &= 176 \\
 x + y &= 63 \quad / \cdot (-1) \\
 2x + 3y &= 174 \\
 -2x - 2y &= -126 \\
 2x + 3y &= 174 \\
 \hline
 y &= 48 \\
 x + 48 &= 63 \\
 x &= 63 - 48 \\
 x &= 15
 \end{aligned}$$

O: Dvoulůžkových je 15 a třílůžkových 46.

1) V 45 plně obsazených pokojích bylo ubytováno 169 hostů. Některé pokoje byly trojlůžkové a některé pětilůžkové. Kolik bylo jakých pokojů? (počítej přes **soustavu rovnic**)

Pokoje	Počet Hostů
3-lůž. x	3x
5-lůž. y	5y
45	169

$$\begin{aligned}
 x + y &= 45 \\
 3x + 5y &= 169 \\
 y &= 45 - x \\
 3x + 5 \cdot (45 - x) &= 169 \\
 3x + 225 - 5x &= 169 \\
 -2x &= 169 - 225 \\
 -2x &= -56 \quad / : (-2) \\
 x &= 28 \\
 y &= 45 - 28 \\
 y &= 17
 \end{aligned}$$

3) V dětské pokladničce bylo celkem 70 Kč. Bylo v ní 50 mincí v hodnotě 1 Kč a 2 Kč. Kolik bylo kterých mincí?

Pokoj	Počet	zk	Hodnota
1 Kč x	30	1x	30
2 Kč y	20	2y	40
50	70	70 ✓	70

O: Jedno koruna bylo 30 a dvoukorun 20.

5) Adam platil v hospodě za dva utopence a tři piva 235 Kč. Honza platil za jednoho utopence a pět piv 275 Kč. Kolik stojí utopenec a kolik pivo?

$$\begin{aligned}
 2x + 3y &= 235 \\
 x + 5y &= 275 \quad / \cdot (-1) \\
 2x + 3y &= 235 \\
 -2x - 10y &= -550 \\
 \hline
 -7y &= -315 \quad / : (-7) \\
 y &= 45 \\
 x + 5 \cdot 45 &= 275 \\
 x + 225 &= 275 \\
 x &= 275 - 225 \\
 x &= 50
 \end{aligned}$$

O: Pivo stojí 45 Kč a utopenec 50 Kč.

Úlohy na soustavu rovnic 2

1) U jezera je možné zapůjčit loďku pro 4 nebo pro 7 osob. Vypočítejte, kolik kterých loďek v půjčovně mají, je-li na všech 13 loďkách dohromady 67 míst.

	loďka	míst	zk:
4-míst	x (8)	4x (32)	$\begin{array}{r} x + y = 13 \quad / \cdot (-4) \\ 4x + 7y = 67 \\ \hline -4x - 4y = -52 \\ 4x + 7y = 67 \\ \hline 3y = 15 \quad / :3 \\ y = 5 \\ x + 5 = 13 \\ x = 8 \end{array}$
7-míst	y (5)	7y (35)	
celkem	13	67	

O: Loďek po 4 místech je 8 a loďek po 7 místech je 5.

2) V karavaně jdoucí přes poušť jsou jednohrbí a dvouhrbí velbloudi. Průvodkyně napočítala 28 hlav a 45 hrbů. Kolik je v karavaně jednohrbých velbloudů?

	hlava	hrbů	zk:
1-hrb	x (1)	x (1)	$\begin{array}{r} x + y = 28 \quad / \cdot (-1) \\ x + 2y = 45 \\ \hline -x - y = -28 \\ x + 2y = 45 \\ \hline y = 17 \\ x + 17 = 28 \\ x = 11 \end{array}$
2-hrb	y (2)	2y (34)	
celkem	28	45	

O: Jednohrbých velbloudů 11.

3) Na letní tábor koupili vedoucí dva druhy míčů. Malý míč stojí 45 Kč, velký 60 Kč. Celkem koupili 13 míčů v celkové ceně 660 Kč. Kolik kterých míčů koupili?

	počet	cena	zk:
malý míč	x (8)	45x (360)	$\begin{array}{r} x + y = 13 \quad / \cdot (-3) \\ 45x + 60y = 660 \quad / :15 \\ \hline -3x - 3y = -39 \\ 3x + 4y = 44 \\ \hline y = 5 \\ x + 5 = 13 \\ x = 8 \end{array}$
velký míč	y (5)	60y (300)	
celkem	13	660	

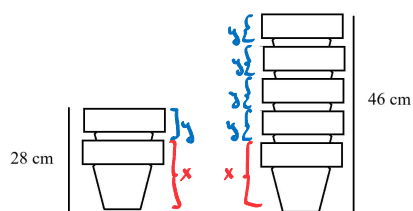
O: Velkých míčů 5 a malých míčů 8.

4) Maminka nakoupila u příležitosti Mirkových narozenin 21 zákusků. Jedna špička stála 9 Kč a kremrole stála 12 Kč. Za zákusky zaplatila 213 Kč. Kolik maminka koupila kremrolí?

	počet	cena	zk:
kremrole	x (8)	12x (96)	$\begin{array}{r} x + y = 21 \quad / \cdot (-9) \\ 12x + 9y = 213 \\ \hline -9x - 9y = -189 \\ 12x + 9y = 213 \\ \hline 3x = 24 \quad / :3 \\ x = 8 \\ 8 + y = 21 \\ y = 13 \end{array}$
špička	y (13)	9y (117)	
celkem	21	213	

O: Kremrolí koupila 13.

5) Květináče se dají skládat do sebe pro úsporu místa. Jak vysoký je jeden květináč, když dva květináče měří 28 cm a pět květináčů měří 46 cm.



	zk:
$\begin{array}{r} x + y = 28 \\ x + 4y = 46 \\ \hline -x - y = 28 \\ x + 4y = 46 \\ \hline 3y = 18 \quad / :3 \\ y = 6 \\ x + 6 = 28 \\ x = 22 \end{array}$	$\begin{array}{r} x + y = 28 \\ x + 6 = 28 \\ x = 22 \end{array}$

O: Květináč měří 22 cm

6) Papírové letáky se balí po 60 nebo po 100 kusech. Kolik bude kterých balení, když se celkem vydalo po 560 kusů v osmi baleních?

	počet	letáky	zk:
balení po 60	x (6)	60x (360)	$\begin{array}{r} x + y = 8 \quad / \cdot (-6) \\ 60x + 100y = 560 \quad / :10 \\ \hline -6x - 6y = -48 \\ 6x + 10y = 56 \\ \hline 4y = 8 \quad / :4 \\ y = 2 \\ x + 2 = 8 \\ x = 6 \end{array}$
balení po 100	y (2)	100y (200)	
celkem	8	560	

O: Balení po 100 kusech jsou dvě a po 60 kusech je šest.

Úlohy na soustavu rovnic 3

1) Součet dvou čísel je 34, rozdíl je 4. Urči tato čísla.

$$\begin{array}{l} 1. \text{č.} \dots x \\ 2. \text{č.} \dots y \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 34 \\ x - y & = & 4 \\ \hline 2x & = & 38 \quad /:2 \\ x & = & 19 \end{array}$$

zk.:
 $19 + 15 = 34$
 $19 - 15 = 4$ ✓

$$\begin{array}{rcl} 19 + y & = & 34 \\ y & = & 34 - 19 \\ y & = & 15 \end{array}$$

O: čísla jsou 19 a 15.

2) Součet dvou čísel je 66, rozdíl je 32. Urči tato čísla.

$$\begin{array}{l} 1. \text{č.} \dots x \\ 2. \text{č.} \dots y \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 66 \\ x - y & = & 32 \\ \hline 2x & = & 98 \quad /:2 \\ x & = & 49 \end{array}$$

zk.:
 $49 + 17 = 66$ ✓
 $49 - 17 = 32$ ✓

$$\begin{array}{rcl} 49 + y & = & 66 \\ y & = & 66 - 49 \\ y & = & 17 \end{array}$$

O: čísla jsou 49 a 17.

3) Dvojnásobek rozdílu dvou neznámých čísel je 16. Třetina jejich součtu je 18. Určete neznámá čísla.

$$\begin{array}{l} 1. \text{č.} \dots x \\ 2. \text{č.} \dots y \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 2 \cdot (x - y) & = & 16 \quad /:2 \\ \frac{1}{3} \cdot (x + y) & = & 18 \quad /:3 \end{array}$$

zk.:
 $31 - 23 = 8$
 $8 \cdot 2 = 16$
 $31 + 23 = 54$
 $54 : 3 = 18$ ✓

$$\begin{array}{rcl} x - y & = & 8 \\ x + y & = & 54 \\ \hline 2x & = & 62 \quad /:2 \\ x & = & 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 31 + y & = & 54 \\ y & = & 54 - 31 \\ y & = & 23 \end{array}$$

O: čísla jsou 31 a 23.

4) Rozdíl dvou čísel je 12. Desetinásobek jejich součtu je 20. Urči čísla.

$$\begin{array}{l} 1. \text{č.} \dots x \\ 2. \text{č.} \dots y \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x - y & = & 12 \\ 10 \cdot (x + y) & = & 20 \quad /:10 \end{array}$$

zk.:
 $7 - (-5) = 12$
 $7 + (-5) = 2$
 $2 \cdot 10 = 20$ ✓

$$\begin{array}{rcl} x - y & = & 12 \\ x + y & = & 2 \\ \hline 2x & = & 14 \quad /:2 \\ x & = & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 7 + y & = & 2 \\ y & = & 2 - 7 \\ y & = & -5 \end{array}$$

O: čísla jsou 7 a -5.

5) Součet dvou čísel je 119. Když druhé číslo o 5 zvětšíme, tak rozdíl mezi prvním a druhým zvětšeným číslem bude 116. Urči čísla.

$$\begin{array}{l} 1. \text{č.} \dots x \\ 2. \text{č.} \dots y \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 119 \\ x - (y + 5) & = & 116 \end{array}$$

zk.:
 $120 - 1 = 119$
 $120 - 4 = 116$

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 119 \\ x - y - 5 & = & 116 \\ \hline x + y & = & 119 \\ x - y & = & 121 \\ \hline 2x & = & 240 \quad /:2 \\ x & = & 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 120 + y & = & 119 \\ y & = & 119 - 120 \\ y & = & -1 \end{array}$$

O: čísla jsou 120 a -1.

6) Součet poloviny prvního čísla a třetiny druhého čísla je 26, součet poloviny druhého čísla a třetiny prvního čísla je 29. Která to jsou čísla?

$$\begin{array}{l} 1. \text{č.} \dots x \\ 2. \text{č.} \dots y \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y & = & 26 \quad /:6 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y & = & 29 \quad /:6 \end{array}$$

zk.: 24; 42
 $12 + 14 = 26$
 $24 + 8 = 29$ ✓

$$\begin{array}{rcl} 3x + 2y & = & 156 \quad /: (-2) \\ 2x + 3y & = & 174 \quad /: (-3) \\ \hline -6x - 4y & = & -312 \\ 6x + 9y & = & 522 \\ \hline 5y & = & 210 \quad /:5 \\ y & = & 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 2x + 126 & = & 174 \\ 2x & = & 174 - 126 \\ 2x & = & 48 \quad /:2 \\ x & = & 24 \end{array}$$

O: čísla jsou 24 a 42.

Úlohy na soustavu rovnic 4

1) Z čokoládových bonbonů druhů Milka v ceně 840 Kč za 1 kg a Kaštiny v ceně 600 Kč za 1 kg chce prodejce namíchat 10 kg směsi Milkatany v ceně 696 Kč za 1 kg. Kolik bonbonů druhu Milka bude potřebovat.

	kg	zk	cená	zk
Milka	x	4	840 · x	3360
Kaštany	y	6	600 · y	3600
Směs	10		696 · 10	6960 ✓

$$\begin{array}{rcl}
 x + y & = & 10 \\
 840x + 600y & = & 6960 \quad / : 60 \\
 \hline
 x + y & = & 10 \quad / \cdot (-10) \\
 14x + 10y & = & 116 \\
 -10x - 10y & = & -100 \\
 \hline
 4x & = & 16 \\
 x & = & 4 \\
 y & = & 6
 \end{array}$$

O: Potřebuje 4 kg druhu Milka.

2) V luxusní pralínárně připravili 12 kg směsi dvou druhů bonbonů v ceně 270 Kč za 100 g. Marcipánové bonbony stojí 3450 Kč/kg a nugátové 2550 Kč/kg. Kolik kilogramů každého druhu bonbonů bylo použito?

	kg	cená	zk
Marcipán	x	2	3450 · x
Nugát	y	10	2550 · y
Směs	12		2700 · 12

$$\begin{array}{rcl}
 x + y & = & 12 \quad / \cdot (-2550) \\
 3450x + 2550y & = & 32400 \\
 -2550x - 2550y & = & -30600 \\
 \hline
 900x & = & 1800 \quad / : 900 \\
 x & = & 2
 \end{array}$$

O: Marcipánu bylo použito 2 kg a Nugátu 10 kg.

3) Denní produkce mléka 630 litrů byla k odvozu slita do 22 konví, z nichž některé byly po 25 litrech, jiné po 35 litrech. Všechny konve byly plné. Kolik bylo jednotlivých konví?

	Počet	litry	zk
25l - konve	x	14	25x
35l - konve	y	8	35y
	22	22	630 ✓

$$\begin{array}{rcl}
 x + y & = & 22 \quad / \cdot (-35) \\
 25x + 35y & = & 630 \\
 -25x - 35y & = & -770 \\
 \hline
 10y & = & 80 \quad / : 10 \\
 y & = & 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 x + 8 & = & 22 \\
 x & = & 22 - 8 \\
 x & = & 14
 \end{array}$$

O: Konví po 25 litrech bylo 14 a po 35 litrech bylo 8.

4) Třídní pokladník Milan bude objednávat vstupenky na koncert **Hudba pod hvězdami**. Cena dražších vstupenek je 120 Kč, levnější stojí 85 Kč. Milan vybral celkem 2545 Kč od 25 zájemců. Nezapsal si ale, kolik z nich si předplatilo dražší vstupenky a kolik vstupenky lacinější. Dokážeš to vypočítat?

	Počet	cená	zk
vs. 120 Kč	x	12	120x
vs. 85 Kč	y	13	85y
	25		2545 ✓

$$\begin{array}{rcl}
 x + y & = & 25 \quad / \cdot (-85) \\
 120x + 85y & = & 2545 \\
 -85x - 85y & = & -2125 \\
 \hline
 35x & = & 420 \quad / : 35 \\
 x & = & 12
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 12 + y & = & 25 \\
 y & = & 13
 \end{array}$$

O: Vstupenek za 120 Kč bylo 12 a za 85 Kč bylo 13.

Úlohy na soustavu rovnic 5

1) Pokladník Šimon vyplatil 13 900 Kč padesáti bankovkami v hodnotě 200 Kč a 500 Kč. Kolik bylo dvousetkorunových a kolik pětisetkorunových bankovek?

	Počet	Hodnota	zk:
200 Kč	x	200 · x	7000
500 Kč	y	500 · y	6500
	50	13 900	13 900 ✓

$$\begin{aligned}
 x + y &= 50 & / \cdot (-1) \\
 200x + 500y &= 13\,900 & / : 100 \\
 -2x - 2y &= -100 \\
 2x + 5y &= 139 \\
 \hline
 3y &= 39 & / : 3 \\
 y &= 13 \\
 x + 13 &= 50 \\
 x &= 37
 \end{aligned}$$

O: Dvousetkorunových bankovek máme 37 a pětisetkorunových 13.

2) Cena za 1 kg mandlí je 500 Kč a za 1 kg arašídů 250 Kč. Kolik kg arašídů musí obsahovat směs, která obsahuje 2 kg mandlí, jestliže výsledná cena je 350 Kč za 1 kg?

	kg	cena	zk:
mandle	2	2 · 500	1000
arašidy	y	y · 250	750
Směs	(2+y)	(2+y) · 350	1750 ✓
	2+3	5 · 350	

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 500 + 250y &= 350 \cdot (2+y) \\
 1000 + 250y &= 700 + 350y \\
 250y - 350y &= 700 - 1000 \\
 -100y &= -300 & / : (-100) \\
 y &= 3 \\
 \text{O: Musím přidat 3 kg arašídů.}
 \end{aligned}$$

3) Ze dvou druhů kávy v ceně 400 Kč a 1300 Kč za 1 kg se má připravit 3 kg směsi v ceně 700 Kč za 1 kg. Kolik kilogramů každého druhu kávy je třeba smíchat?

	kg	cena	zk:
1. d (400)	x	400 · x	800
2. d (1300)	y	1300 · y	1200
	3	3 · 700	2100 ✓

$$\begin{aligned}
 x + y &= 3 & / \cdot (-1) \\
 400x + 1300y &= 2100 & / : 100 \\
 -4x - 4y &= -12 \\
 4x + 13y &= 21 \\
 \hline
 3y &= 9 & / : 3 \\
 y &= 3 \\
 x &= 2
 \end{aligned}$$

O: Dražší kávy 1 kg a levnější 2 kg.

4) Emily nakoupila na ovocný salát jahody za cenu 120 Kč za 1 kg a banány za cenu 50 Kč za 1 kg. Kolik kilogramů jahod a kolik kilogramů banánů Emily koupila, jestliže za 1,3 kg ovoce zaplatila celkem 100 Kč?

	kg	cena	zk:
Jahody	x	120x	60
Banány	y	50y	40
	1,3	100	100 ✓

$$\begin{aligned}
 x + y &= 1,3 & / \cdot (-1) \\
 120x + 50y &= 100 & / : 5 \\
 -10x - 10y &= -13 \\
 24x + 10y &= 20 \\
 \hline
 14x &= 7 & / : 7 \\
 2x &= 1 & / : 2 \\
 x &= 0,5 \\
 0,5 + y &= 1,3 \\
 y &= 1,3 - 0,5 \\
 y &= 0,8
 \end{aligned}$$

O: Emily koupila 0,5 kg jahod a 0,8 kg banánů.

Úlohy na soustavu rovnic 6

1) Obchodník Tonda míchá vločky. Cena za 1 kg ovesných vloček Lion je 280 Kč. Cena za 1 kg běžných ovesných vloček je 160 Kč. Kolik kg běžných vloček musí obsahovat směs s dvěma kilogramy vloček Lion, jestliže výsledná cena mixu vloček má být 190 Kč za 1 kg?

	kg	cena	zk:
Lion	2	2 · 280	560
Bv	y (6)	y · 160	360
směs	2+y (8)	(2+y) · 190	8 · 190 = 1520 ✓

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 280 + 160y &= 190 \cdot (2+y) \\
 560 + 160y &= 380 + 190y \quad /:10 \\
 56 + 16y &= 38 + 19y \\
 16y - 19y &= 38 - 56 \\
 -3y &= -18 \quad /: (-3) \\
 y &= 6
 \end{aligned}$$

O: Směs obsahuje 6 kg běžných vloček.

2) Ze dvou druhů čaje v ceně 4200 Kč a 3000 Kč za 1 kg se má připravit 5 kg směsi v ceně 186 Kč za 50 g. Kolik kilogramů každého druhu čaje bude třeba smíchat?

	kg	cena	zk:
1. druh (4200)	x	4200 · x	4200 · x (42 000)
2. druh (3000)	y	3000 · y	3000 · y (6 000)
směs	5 kg	18600	(18 600) zk ✓

$$\begin{aligned}
 x + y &= 5 \quad /: (-30) \\
 4200x + 3000y &= 18600 \quad /: 100 \\
 -30x - 30y &= -150 \\
 42x + 30y &= 186 \\
 \hline
 12x &= 36 \quad /: 12 \\
 x &= 3 \\
 y &= 2
 \end{aligned}$$

O: Dražšího čaje 3 kg a levnějšího 2 kg.

3) V hostinci mají dva džusy. Cena za 1 litr dražšího džusu je 90 Kč a cena za 1 litr levnějšího džusu je 45 Kč. Hostinská Denisa namíchala do 1 litru levnějšího džusu dražší džus a vyplnila tak celý džbán. Cena v přepočtu na 1 litr tohoto mixu je 60 Kč. Jak velký je džbán?

	litry	cena	zk:
1. džus (90 Kč)	x 0,5	90 · x	45
2. džus (45 Kč)	1 1	45	45
Džbán	x+1	(x+1) · 60	1,5 · 60 = 90 ✓

$$\begin{aligned}
 90x + 45 &= (x+1) \cdot 60 \\
 90x + 45 &= 60x + 60 \\
 90x - 60x &= 60 - 45 \\
 30x &= 15 \quad /: 15 \\
 2x &= 1 \quad /: 2 \\
 x &= 0,5
 \end{aligned}$$

V: Objem džbánu je 1,5 litru

4) Klenotník Jakub chce vytvořit 100 g šperku z drahých kovů. Používá zlato v hodnotě 1500 Kč za 1 gram a stříbro v hodnotě 50 Kč za 1 gram. Výsledná hodnota kovů ve šperku má mít cenu 13 700 Kč. Kolik gramů zlata a kolik gramů stříbra použil?

	g	cena	zk:
zlato	x	1500 · x	6 · 1500 = 9000
stříbro	y	50 · y	94 · 50 = 4700
	100	13 700	13 700 ✓

$$\begin{aligned}
 x + y &= 100 \quad /: (-5) \\
 1500x + 50y &= 13700 \quad /: 10 \\
 -5x - 5y &= -500 \\
 150x + 5y &= 1370 \\
 \hline
 145x &= 870 \quad /: 145 \\
 x &= 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 145 \\
 - 6 \\
 \hline
 870
 \end{aligned}$$

O: Použil 6 g zlata a 94 g stříbra.

Úlohy na soustavu rovnic 7

1) Ošátka váží o 60 gramů více než 2 housky, ale o 75 gramů méně než 5 housek. Všechny housky jsou stejné. Kolik gramů váží ošátka? (Cermat 2021 7. ročník)

Ošátka ... o
Houska ... h

$$\begin{aligned} o &= 2h + 60 \\ o &= 5h - 75 \end{aligned} \quad \text{dosazovací}$$

$$\begin{aligned} 2h + 60 &= 5h - 75 \\ 135 &= 3h \quad /:3 \\ 45 &= h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} o &= 2 \cdot 45 + 60 \\ o &= 150 \end{aligned}$$

Ošátka váží 150 g.

2) Dvě bagety a 5 housek váží o 480 gramů více než 1 bageta, ale o 40 gramů méně než 3 bagety. Všechny bagety jsou stejné, rovněž housky jsou stejné. Kolik gramů váží bageta? (Cermat 2020)

bageta ... b
houska ... h

$$\begin{aligned} 2b + 5h &= 1b + 480 \\ 2b + 5h &= 3b - 40 \end{aligned}$$

1. zp.

$$\begin{aligned} 1b + 480 &= 2b + 5h = 3b - 40 \\ 1b + 480 &= 3b - 40 \\ 520 &= 2b \\ 260 &= b \end{aligned}$$

2. zp: soustava rovnic

$$\begin{aligned} b + 5h &= 480 \\ -b + 5h &= -40 \\ \hline 10h &= 440 \\ h &= 44 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b + 5 \cdot 44 &= 480 \\ b + 220 &= 480 \\ b &= 260 \end{aligned}$$

O bageta váží 260 g.

3) 120 litrů vína se stočilo do 141 lahví, některé byly litrové, jiné 0,7 litrové. Kolik bylo kterých?

	Počet	litr
1-litr	x	x
0,7-litr	y	$0,7 \cdot y$
	141	120

$$\begin{aligned} x + y &= 141 \\ x + 0,7y &= 120 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,3y &= 21 \quad /:0,3 \\ 3y &= 210 \quad /:3 \\ y &= 70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 70 &= 141 \\ x &= 71 \end{aligned}$$

O: Lahvi o objemu 1 liter bylo 71
a lahví o objemu 0,7 litru 70.

4) Prodejce nábytku má 36 stolů. Některé stoly mají 4 nohy a některé mají 3 nohy. Dohromady mají 128 noh. Kolik stolů má 4 nohy?

	Počet	nohy
stůl (4 nohy)	x	$4 \cdot x$
stůl (3 nohy)	y	$3 \cdot y$
	36	128

$$\begin{aligned} x + y &= 36 \\ 4x + 3y &= 128 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3x - 3y &= -108 \\ 4x + 3y &= 128 \\ \hline x &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20 + y &= 36 \\ y &= 16 \end{aligned}$$

O: Stůl, který má 4 nohy je 20.

5) Stejně činky jsou baleny po 6 kusech do stejných krabic. V obchodě se sportovními potřebami mají čtyři krabice s činkami, dvě z těchto krabic jsou plné, dvě poloprázdné a vše dohromady váží 47 kg. V každé poloprázdné krabici zůstaly jen 3 činky. Obě poloprázdné krabice s činkami váží celkem 16 kg. Kolik váží jedna činka a jedna krabice? (Cermat 2022)

	kg
činka	x
krabice	y

$$\begin{aligned} 6x + y &= 15,5 \\ 3x + y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 31 + 16 &= 47 \\ 16 &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot (6x + y) + 2 \cdot (3x + y) &= 47 \\ 2 \cdot (3x + y) &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12x + 2y + 6x + 2y &= 47 \\ 6x + 2y &= 16 \\ 18x + 4y &= 47 \\ 6x + 2y &= 16 \quad / \cdot (-2) \\ \hline 18x + 4y &= 47 \\ -12x - 4y &= -32 \\ \hline 6x &= 15 \\ 2x &= 5 \quad /:2 \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15 + 2y &= 16 \\ 2y &= 1 \\ y &= 0,5 \end{aligned}$$

O: činka váží 2,5 kg a krabice 0,5 kg.

Úlohy na soustavu rovnic 8 (přijímací zkoušky)

1) Cena za 1 kg dražších bonbónů je 125 Kč.
Cena za 1 kg levnějších bonbónů je 100 Kč.
Z bonbónů namícháme dvě různé směsi.
(cermat 2016)

a) První směs obsahuje 2 kg dražších a 0,5 kg levnějších bonbónů. Vypočítejte cenu za 1 kg první směsi.

$$kg: 2 + 0,5 = 2,5 \text{ kg} \quad 300 : 2,5 = 120$$

$$Kč: 2 \cdot 125 + 0,5 \cdot 100 = 300 \text{ Kč}$$

σ : cena je 120 Kč

b) Druhá směs obsahuje 2 kg dražších bonbónů a několik kg levnějších bonbónů. Cena za 1 kg této směsi je 110 Kč.
Vypočítejte, kolik kg levnějších bonbónů obsahuje druhá směs.

	kg	cena
1. dr (125 Kč)	2	125 · 2
2. dr (100 Kč)	x	100 · x
Směs	2 + x	110 · (2 + x)

$$125 \cdot 2 + 100x = 110 \cdot (2 + x)$$

$$250 + 100x = 220 + 110x$$

$$250 - 220 = 110x - 100x$$

$$30 = 10x \quad / : 10$$

$$x = 3$$

σ : směs obsahuje 3 kg levnějších bonbónů.

3) Stejně výrobky jsou po 12 kusech baleny do stejných krabic. Tři krabice se položili na váhu. Dvě krabice byly plné, ale ve třetí 5 výrobků chybělo. Vše dohromady vážilo 2 kg. Když se z váhy odebraly obě plné krabice, ručička na váze ukázala 480g.
(cermat 2018)

váha výrobku ... x	plná krabice ... 12x + y ... 760g
váha krabice ... y	neplná krabice ... 12x + y - 5x

$$2 \cdot (12x + y) + 7x + y = 2000$$

$$7x + y = 480$$

$$24x + 2y + 7x + y = 2000$$

$$7x + y = 480 \quad / \cdot (-3)$$

$$31x + 3y = 2000$$

$$-21x - 3y = -1440$$

$$10x = 560$$

$$x = 56$$

$$7 \cdot 56 + y = 480$$

$$y = 480 - 392$$

$$y = 88$$

a) Vypočítejte, jaká je hmotnost v gramech jedné plné krabice.

$$\sigma = 760g$$

b) Vypočítejte, jaká je hmotnost v gramech jednoho výrobku.

$$\sigma = 56g$$

c) Vypočítejte, jaká je hmotnost v gramech jedné prázdné krabice.

$$\sigma = 88g$$

2) V promítacím sále bylo přítomno 100 platících osob. Cena vstupenky pro dospělého je 200 Kč, pro dítě 150 Kč. V pokladně vybrali za vstupenky 16 000 Kč. (cermat 2017)

a) Vypočítejte, o kolik procent je vstupenka pro dítě levnější, než vstupenka pro dospělého. — 100%

$$\frac{50}{200} = 0,25 \dots 25\%$$

$$\sigma = 25\%$$

b) Kolik dětí bylo v promítacím sále?

$$\sigma = 80 \text{ dětí}$$

c) Vypočítejte, kolik Kč vybrali v pokladně za vstupné pro dospělé.

$$\sigma = 4000 \text{ Kč}$$

	Počet	vstupné	zk:
deti ... x	30 ...	150 · x	12 000
dospelí ... y	20 ...	200 · y	4000 ✓
celkom	100 ...	16000	16000 ✓

$$x + y = 100 \quad / \cdot (-15)$$

$$150x + 200y = 16000 \quad / : 10$$

$$-15x - 15y = -1500$$

$$15x + 20y = 1600$$

$$5y = 100$$

$$y = 20$$

$$x = 80$$

4) Cukrárna se měla vybavit 4 stejnými stolkami a 20 stejnými židlemi celkem za 9 200 Kč. Nakonec se koupili stolky a židle jen za 7 800 Kč, neboť 1 stůl a 2 židle již nebyly na skladě. Kolik stojí stůl a kolik židle? (cermat 2019)

stůl ... x Kč
židle ... y Kč

$$3200 + 6000 = 9200$$

$$2400 + 5400 = 7800$$

$$4x + 20y = 9200 \quad / : 4$$

$$3x + 18y = 7800 \quad / : 3$$

$$x + 5y = 2300 \quad / \cdot (-1)$$

$$x + 6y = 2600$$

$$-x - 5y = -2300$$

$$x + 6y = 2600$$

$$y = 300$$

$$x + 5 \cdot 300 = 2300$$

$$x = 800$$

σ : Stůl stojí 800 Kč a židle 300 Kč.

Rovnice 9 – Opakování a aplikace procent

(Cílem není zapomenout trojčlenku, ale opakovat vyjádření procent pomocí desetinného čísla)

$$1\% \text{ z } 200 \rightarrow 0,01 \cdot 200 \rightarrow 0,01 \cdot 200$$

↖ základ ↗

1) Kolik je 7% z 200 Kč?

$$\downarrow$$

$$0,07 \cdot 200 = \underline{\underline{14 \text{ Kč}}}$$

2) Kolik je 25% z 40 Kč?

$$\downarrow$$

$$0,25 \cdot 40 = \underline{\underline{10 \text{ Kč}}}$$

3) Kolik je 15% z 4000 Kč?

$$\downarrow$$

$$0,15 \cdot 4000 = \underline{\underline{600 \text{ Kč}}}$$

4) Kolik je 12% z 125 Kč?

$$\downarrow$$

$$0,12 \cdot 125 = \underline{\underline{15 \text{ Kč}}}$$

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 0,12 \\ \hline 250 \\ 125 \\ \hline 1500 \end{array}$$

5) 1080 Kč je 72 %. Kolik je základ?

$$L \rightarrow x$$

$$72\% \text{ z } x = 1080$$

$$0,72 x = 1080 \quad / : 100$$

$$72 x = 108000 \quad / : 72$$

$$x = \underline{\underline{1500}}$$

6) 225 Kč je 15 %. Kolik je základ?

$$L \rightarrow x$$

$$15\% \text{ z } x = 225$$

$$0,15 x = 225 \quad / : 100$$

$$15 x = 22500 \quad / : 15$$

$$x = \underline{\underline{1500 \text{ Kč}}}$$

7) Výrobek s 20% přírůžkou stojí 600 korun.
Kolik korun by stál bez přírůžky?

$$L \rightarrow x$$

$$120\% \text{ z } x = 600$$

$$1,20 x = 600 \quad / : 10$$

$$12 x = 6000 \quad / : 6$$

$$2 x = 1000 \quad / : 2$$

$$x = \underline{\underline{500}}$$

O: Výrobek bez přírůžky stojí 500 Kč

8) Kalhoty byly zlevněny o 20 % na 560 korun.
Kolik korun stály kalhoty před zlevněním?

$$L \rightarrow x$$

$$80\% \text{ z } x = 560$$

$$0,80 x = 560 \quad / : 10$$

$$8 x = 5600 \quad / : 8$$

$$x = \underline{\underline{700}}$$

O: Kalhoty stály 700 Kč.

9) Do oddílu přibyli 3 noví členové a počet členů se tak zvýšil o 2 %. Kolik členů má nyní oddíl?

Přirodní počet členů x

$$2\% \text{ z } x = 3$$

$$0,02 x = 3 \quad / : 100$$

$$2 x = 300 \quad / : 2$$

$$x = 150$$

$$\begin{array}{r} + 3 \\ 150 \end{array}$$

O: Tedy má oddíl 153 členů

10) Zdražení o 20 % znamenalo zdražení o 90 korun. Kolik korun stojí zdražený výrobek?

Přirodní cena x

$$20\% \text{ z } x = 90$$

$$0,20 \cdot x = 90 \quad / : 10$$

$$2 x = 900 \quad / : 2$$

$$x = 450$$

$$+ 90$$

$$\underline{\underline{540}}$$

O: Zdražený výrobek stojí 540 Kč.

Rovnice 10 - slovní úlohy s procenty

1) Dnes je v 8.A pouze 24 žáků, protože 20% musí být doma v karanténě. Kolik žáků chodí celkem do třídy 8.A?

$$\begin{aligned} \text{Všichni žáci 8.A} &= x \\ 20\% \text{ Doma} &\rightarrow 80\% \text{ ve škole} = 24 \\ 80\% \cdot x &= 24 \\ 0,8 \cdot x &= 24 \quad / : 0,8 \\ 8x &= 240 \quad / : 8 \\ x &= 30 \end{aligned}$$

O: Žáků 8.A je 30.

$\rightarrow \frac{1}{4}$

3) 25% žáků osmé třídy mělo v pololetí vyznamenání. Na konci roku k nim přibyli ještě tři žáci, a tak měla vyznamenání třetina žáků třídy. Kolik bylo ve třídě žáků?

$$\begin{aligned} L &= x \\ \frac{1}{4}x + 3 &= \frac{1}{3}x \quad / \cdot 12 \\ 3x + 36 &= 4x \\ 36 &= 4x - 3x \\ x &= 36 \end{aligned}$$

O: Žáků ve třídě je 36

5) V podniku pracuje 144 zaměstnanců. Žen je o 20% méně než mužů. Kolik pracuje v závodě žen?

$$\begin{aligned} \text{Ž} &= 80\% \cdot x \rightarrow 0,8x \quad (64) \\ \text{M} &= x \quad (80) \\ \text{Ž} + \text{M} &= 144 \\ 0,8x + x &= 144 \\ 1,8x &= 144 \quad / : 1,8 \\ x &= 80 \end{aligned}$$

O: Žen pracuje 64

7) Adam jel na zájezd a dostal od rodičů kapesné. První den utratil 25% kapesného, druhý den 35% částky a třetí den utratil 160 Kč. Jaké měl Adam kapesné?

$$\begin{aligned} 1. & 0,25x \quad (25\%) \\ 2. & 0,35x \quad (35\%) \\ 3. & 160 \quad (160) \\ \text{L} &= x \quad (400) \\ 0,25x + 0,35x + 160 &= x \quad / \cdot 100 \\ 25x + 35x + 16000 &= 100x \\ 16000 &= 100x - 60x \\ 16000 &= 40x \quad / : 40 \\ 400 &= x \end{aligned}$$

O: Adamova kapesná byla 400 Kč.

2) Ve třídě je o 50% dívek více než chlapců. Kolik je ve třídě chlapců a kolik dívek, chodí-li do třídy 30 žáků?

$$\begin{aligned} \text{ch} &= x \quad (150\%) \\ \text{d} &= 1,5x \quad (25\%) \\ \text{ch} + \text{d} &= 30 \\ x + 1,5x &= 30 \\ 2,5x &= 30 \quad / : 2,5 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

O: Chlapců 12 a dívek 18.

4) Kůl, který podpirá lávku, je v zemi zaražen 80cm hluboko. Ve vodě je 35% jeho délky a nad vodou ční 2/5 jeho délky. Jak je dlouhý kůl?

$$\begin{aligned} \text{nad vodou} &= \frac{2}{5}x \quad (28) \\ \text{voda} &= 0,35x \quad (12) \\ \text{zem} &= 80 \text{ cm} \quad (80) \\ \frac{2}{5}x + 0,35x + 80 &= x \quad / \cdot 10 \\ 4x + 3,5x + 800 &= 10x \quad / -2 \\ 8x + 7x + 1600 &= 20x \\ 15x + 1600 &= 20x \\ 1600 &= 20x - 15x \\ 5x &= 1600 \quad / : 5 \\ x &= 320 \end{aligned}$$

O: Délka kůlu je 320 cm

6) Šířka obdélníku je 65% jeho délky. Obvod obdélníku je 132 cm. Určete rozměry obdélníku.

$$\begin{aligned} \text{šířka} &= 0,65x \quad (26) \\ \text{délka} &= x \quad (40) \\ 0,65x + x &= 132 \quad / \cdot 10 \\ 6,5x + 10x &= 1320 \\ 16,5x &= 1320 \quad / : 16,5 \\ x &= 80 \end{aligned}$$

O: Rozměry obdélníku jsou 26 x 40 cm

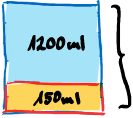
8) Za dva dny bylo prodáno na fotbalový zápas 12 600 vstupenek. První den prodali 80% toho co druhý den. Kolik vstupenek se prodalo první druhý den? (kalkulačka)

$$\begin{aligned} 1. & 0,8x \quad (5600) \\ 2. & x \quad (7000) \\ \text{L} &= 12600 \quad (12600) \\ 0,8x + x &= 12600 \\ 1,8x &= 12600 \quad / : 1,8 \\ x &= 7000 \end{aligned}$$

O: První den se prodalo 5600 a druhý den 7000 vstupenek.

Úlohy na roztoky 1 (kalkulačka)

1) Do 1,2 litru vody jsem nalil 150 ml šťávy. Kolik procent z nápoje tvoří čistá šťáva?



$$\textcircled{1} \frac{150}{1350} = 0,11 \hat{=} 11,11\%$$

$\textcircled{2}$ troj:

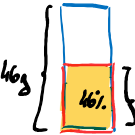
$$\begin{array}{ccc} 1350 & \dots & 100\% \\ 150 & \dots & x \end{array}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{150}{1350} \quad | \cdot 100$$

$$\rightarrow x = \frac{150}{1350} \cdot 100 \hat{=} 11,11\%$$

O: Šťáva tvoří 11,11% z nápoje.

2) V 46 grahamů sušenky 3-bit je 46% mléčné čokolády. Kolik gramů mléčné čokolády je v sušence?

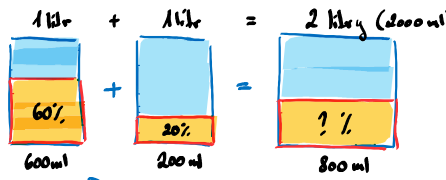


$$46\% \hat{=} 46\text{ g}$$

$$0,46 \cdot 46 = 21,16\text{ g}$$

O: Mléčná čokoláda váží 21,16 g.

3) Kolika procentní líh dostaneme, smícháme-li 1 litr 60% lihu a 1 litr 20% lihu?



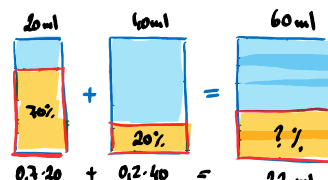
60% $\hat{=} 1000\text{ ml}$
 $0,6 \cdot 1000$

20% $\hat{=} 1000\text{ ml}$
 $0,2 \cdot 1000$

$$\frac{800}{2000} = \frac{80}{200} = \frac{40}{100} = 40\%$$

O: Dostaneme 40% lh.

4) Kolika procentní kyselinu dostaneme, smícháme-li 20 ml 70% kyseliny a 40 ml 20% kyseliny?



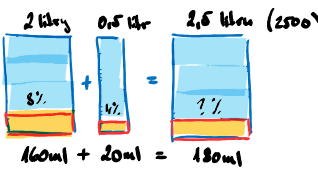
70% $\hat{=} 20\text{ ml}$
 $0,7 \cdot 20$

20% $\hat{=} 40\text{ ml}$
 $0,2 \cdot 40$

$$\frac{22}{60} = 0,36 \hat{=} 36,67\%$$

O: Dostaneme 36,67% kyselinu.

5) Kolika procentní roztok dostaneme, smícháme-li 2 litry 8% octa a 0,5 litru 4% octa?



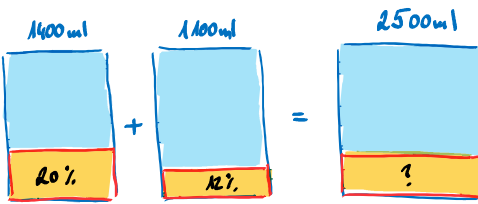
8% $\hat{=} 2000\text{ ml}$
 $0,08 \cdot 2000$

4% $\hat{=} 500\text{ ml}$
 $0,04 \cdot 500$

$$\frac{180}{2500} = 0,072 = 7,2\%$$

O: Dostaneme 7,2% roztok

6) Kolika procentní líh dostaneme, smícháme-li 1,4 litru 20% lihu a 1,1 litru 12% lihu?



20% $\hat{=} 1400\text{ ml}$
 $0,2 \cdot 1400$

12% $\hat{=} 1100$
 $0,12 \cdot 1100$

$$\frac{412}{2500} = 0,1648 = 16,48\%$$

O: Dostaneme 16,48% lh.

Úlohy na roztoky 2 (kalkulačka)

Kolik litrů 25% roztoku **kyseliny sírové** a kolik litrů 75% roztoku **kyseliny sírové** je nutné smíchat, abychom získali 8 litrů roztoku o koncentraci 60%?

$$\begin{aligned}
 x + y &= 8 \quad (/ \cdot (-25)) \\
 0.25x + 0.75y &= 0.6 \cdot 8 \quad (/ \cdot 100) \\
 -25x - 25y &= -200 \\
 25x + 75y &= 480 \\
 \hline
 50y &= 280 \quad (/ : 10) \\
 5y &= 28 \quad (/ : 5) \\
 y &= 5.6 \\
 x + 5.6 &= 8 \\
 x &= 2.4
 \end{aligned}$$

zk: 25% z 2.4 75% z 5.6 60% z 8
 $0.25 \cdot 2.4 + 0.75 \cdot 5.6 = 4.8$ ✓

O: Roztoky s koncentrací 25%, jsme mixli 2,4 litrů a s koncentrací 75%, jsme mixli 5,6 litrů.

2) Kolik gramů 80% roztoku **kyseliny octové** a kolik gramů 55% roztoku **kyseliny octové** je třeba k vytvoření 400 gramů roztoku o koncentraci 60%?

$$\begin{aligned}
 x + y &= 400 \quad (/ \cdot 55) \\
 0.8x + 0.55y &= 0.6 \cdot 400 \quad (/ \cdot 100) \\
 -55x - 55y &= -22000 \\
 80x + 55y &= 24000 \\
 \hline
 25x &= 2000 \\
 x &= 80 \\
 80 + y &= 400 \\
 y &= 320
 \end{aligned}$$

zk: 80% z 80 + 55% z 320
 $640 + 1760 = 2400$
 $60\% \cdot 400 = 0.6 \cdot 400 = 240$ ✓

O: Je třeba 80g 80% kyseliny a 320g 55% kyseliny.

3) Barman chce namíchat koktejl o objemu 1,5 litru s obsahem alkoholu 25%. Má k dispozici 15% ovocný likér a 40% vodku. Kolik litrů každé složky má použít?

$$\begin{aligned}
 x + y &= 1.5 \quad (/ \cdot (-15)) \\
 0.15x + 0.4y &= 0.25 \cdot 1.5 \quad (/ \cdot 100) \\
 -15x - 15y &= -22.5 \\
 15x + 40y &= 37.5 \\
 \hline
 25y &= 15 \quad (/ : 5) \\
 5y &= 3 \quad (/ : 5) \\
 y &= 0.6 \\
 x + 0.6 &= 1.5 \\
 x &= 0.9
 \end{aligned}$$

zk: $0.15 \cdot 0.9 + 0.4 \cdot 0.6 = 0.375$ ✓

O: Ovocného likéru použije 0,9 litrů a vodky 0,6 litrů.

4) Na speciální koktejl potřebuje barman vytvořit 2 litry nápoje s obsahem alkoholu 35%. Má k dispozici 50% bílý rum a nealkoholický džus (0% alkoholu). Kolik litrů rumu a kolik litrů džusu by měl použít?

$$\begin{aligned}
 0.5x + 0y &= 0.35 \cdot 2 \\
 0.5x &= 0.7 \quad (/ : 0.5) \\
 x &= 1.4 \\
 1.4 + y &= 2 \\
 y &= 0.6
 \end{aligned}$$

zkouška: Výpočet přes TROJČLENKU (reálné vodou)

$$\begin{array}{rcl}
 35\% & \dots & 2 \\
 \downarrow & & \uparrow \\
 50\% & \dots & x
 \end{array}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{35}{50} \quad (/ : 2)$$

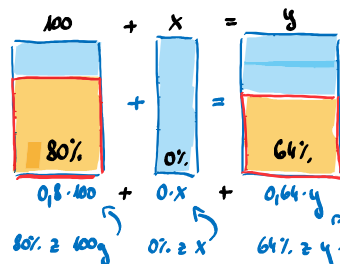
$$x = \frac{35}{50} \cdot 2 = 1.4$$

O: Měl by použít 1,4 litru rumu a 0,6 litrů vody.

Úlohy na roztoky 3 (kalkulačka)

1) Kolik vody je třeba přilít ke 100 gramům 80% lihu, aby vznikl 64% lih?

→ ředíme vodou



$$100 + x = y \rightarrow 100 + x = y$$

$$0,8 \cdot 100 + 0 \cdot x = 0,64y$$

$$80 = 0,64y \quad | \cdot 100$$

$$8000 = 64y \quad | : 8$$

$$1000 = 8y \quad | : 8$$

$$125 = y$$

$$100 + x = 125$$

$$x = 25$$

Zkouška: Trojčlenkou (ředíme vodou)

$$\begin{array}{l} 80\% \dots\dots 100 \uparrow \\ 64\% \dots\dots y \end{array}$$

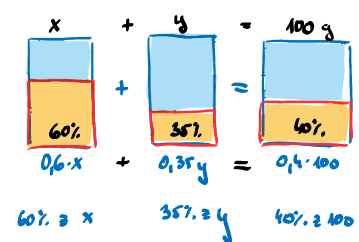
$$\frac{y}{100} = \frac{80}{64} \quad | \cdot 100$$

$$\rightarrow y = \frac{80}{64} \cdot 100 = 125$$

$$125 - 100 = 25$$

O: Je potřeba přilít 25 g vody.

2) Kolik gramů 60% roztoku a kolik gramů 35% roztoku je třeba k vytvoření 100 gramů 40% roztoku?



$$x + y = 100 \rightarrow x + y = 100 \quad | \cdot (-35)$$

$$0,6x + 0,35y = 0,4 \cdot 100 \quad | \cdot 100$$

$$0,6x + 0,35y = 40$$

$$-35x - 35y = -3500$$

$$60x + 35y = 4000$$

$$25x = 500 \quad | : 25$$

$$x = 20$$

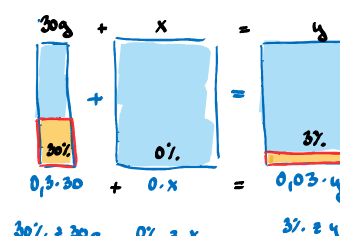
$$20 + y = 100$$

$$y = 80$$

zk: $0,6 \cdot 20 + 0,35 \cdot 80 = 0,4 \cdot 100$
 $12g + 28g = 40g \checkmark$

O: 60% roztoku je třeba 20g a 35% roztoku je třeba 80g

3) Kolik destilované vody musí lékárník přilít do 30 g 30% roztoku peroxidu vodíku, aby získal 3% roztok ke kloktání?



$$30 + x = y \rightarrow 30 + x = y$$

$$0,3 \cdot 30 + 0 \cdot x = 0,03y$$

$$9 = 0,03y \quad | \cdot 100$$

$$900 = 3y \quad | : 3$$

$$300 = y$$

$$30 + x = 300$$

$$x = 270$$

Zkouška: Výpočet přes trojčlenku (ředění vodou)

$$\begin{array}{l} 30g \dots\dots 30\% \downarrow \\ y \dots\dots 3\% \end{array}$$

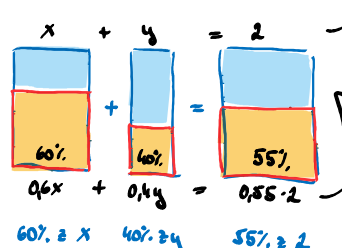
$$\frac{y}{30} = \frac{30}{3} \quad | \cdot 30$$

$$\rightarrow y = \frac{30}{3} \cdot 30 = 300g$$

$$300 - 30 = 270g$$

O: Vody lékárník musí přilít 270g.

4) Kolik litrů 60% roztoku a kolik litrů 40% roztoku je zapotřebí k vytvoření 2 litrů 55% roztoku?



$$x + y = 2 \rightarrow x + y = 2 \quad | \cdot (-4)$$

$$0,6x + 0,4y = 0,55 \cdot 2 \quad | \cdot 10$$

$$0,6x + 0,4y = 1,1$$

$$-4x - 4y = -8$$

$$6x + 4y = 11$$

$$2x = 3 \quad | : 2$$

$$x = 1,5$$

$$1,5 + y = 2$$

$$y = 0,5$$

zk: $0,6 \cdot 1,5 + 0,4 \cdot 0,5 = 0,55 \cdot 2$
 $0,9 + 0,2 = 1,1 \checkmark$

O: 60% roztoku potřebujeme 1,5 litru a 40% roztoku potřebujeme 0,5 litru

Úlohy na roztoky 4 (kalkulačka)

1) Chceme připravit 200 g 64% lihu. Máme v dostatečném množství 80% lih, který budeme ředit vodou. Kolik 80% lihu a kolik vody budeme potřebovat?

$$x + y = 200$$

$$0.8x + 0y = 128$$

$$0.8x = 128 \quad / : 0.8$$

$$x = 160$$

$$160 + y = 200$$

$$y = 40$$

ZK: TROJČLENKA (ředíme vodou)

$$\begin{array}{l} \uparrow 200 \text{ g} \dots\dots 64\% \\ x \dots\dots 80\% \end{array}$$

$$L \rightarrow \frac{x}{200} = \frac{64}{80}$$

$$L \rightarrow x = \frac{64}{80} \cdot 200 = 160$$

$$200 - 160 = 40$$

O: Budeme potřebovat 160 g 80% lihu a 40 g vody.

3) Máme 50 gramů 38% kyseliny chlorovodíkové. Kolik vody do ní musíme přelit, abychom dostali kyselinu 10%?

$$50 + x = y$$

$$0.38 \cdot 50 + 0x = 0.1y$$

$$19 = 0.1y \quad / \cdot 10$$

$$190 = y$$

$$50 + x = 190$$

$$x = 140$$

ZK: Ředíme $\rightarrow$ TROJČLENKA

$$\begin{array}{l} \uparrow 50 \text{ g} \dots\dots 38\% \\ y \dots\dots 10\% \end{array}$$

$$L \rightarrow y = \frac{38}{10} \cdot 50 = 190 \text{ g}$$

$$190 - 50 = 140 \text{ g}$$

O: Musíme přelit 140 g vody.

2) Chceme připravit 200 g 30% kyseliny dusičné. Máme k dispozici dostatek 12% a 60% kyseliny. Kolik které z nich budeme potřebovat?

$$x + y = 200 \quad / \cdot (-12)$$

$$0.12x + 0.6y = 60 \quad / \cdot 100$$

$$-12x - 12y = -2400$$

$$12x + 60y = 6000$$

$$48y = 3600 \quad / : 6$$

$$8y = 600 \quad / : 4$$

$$2y = 150 \quad / : 2$$

$$y = 75$$

$$x + 75 = 200$$

$$x = 125$$

O: Budeme potřebovat 125 g 12% a 75 g 60% kyseliny.

4) V nemocnici v Kladně dezinfikují přístroje v nádobě, do které se vlévá 25 litrů dezinfekčního roztoku o koncentraci 1,5%. Sestra má k dispozici šestilitrový kanystr se 100% dezinfekčním prostředkem. Na kolik nádob jí takový kanystr vystačí?

$$6 + x = y$$

$$6 + 0x = 0.015y \quad / \cdot 1000$$

$$6000 = 15y \quad / : 3$$

$$2000 = 5y \quad / : 5$$

$$400 = y$$

$$6 + x = 400$$

$$x = 394$$

$$400 : 25 = 16$$

O: Kanystr vystačí na 16 nádob.

Chyba ve videu!

ZK: Ředíme vodou - Trojčlenka

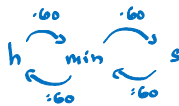
$$\begin{array}{l} \uparrow 6 \dots\dots 100\% \\ y \dots\dots 1.5\% \end{array}$$

$$\frac{y}{6} = \frac{100}{1.5}$$

$$y = \frac{100}{1.5} \cdot 6 = \frac{600}{1.5} = 400$$

$$400 : 25 = 16 \text{ nádob}$$

Úlohy o pohybu 1 - opakování



1) Převed' na jinou jednotku času (bez kalkulačky)

$$\begin{array}{llll}
 10 \text{ min} = 600 \text{ s} & 600 \text{ s} = 10 \text{ min} & 180 \text{ min} = 3 \text{ h} & 12 \text{ min} = 720 \text{ s} \\
 0,1 \text{ h} = 6 \text{ min} & 3 \text{ min} = 180 \text{ s} & 2,5 \text{ h} = 150 \text{ min} & 3600 \text{ s} = 1 \text{ h} \\
 240 \text{ min} = 4 \text{ h} & 30 \text{ min} = 0,5 \text{ h} & 0,5 \text{ min} = 30 \text{ s} & 150 \text{ s} = 2,5 \text{ min} \\
 30 \text{ min} = 1800 \text{ s} & 150 \text{ min} = 2,5 \text{ h} & 360 \text{ s} = 6 \text{ min} & 1,5 \text{ h} = 90 \text{ min} \\
 0,25 \text{ h} = 15 \text{ min} & 72 \text{ min} = 1,2 \text{ h} & 3 \text{ h} = 180 \text{ min} & 20 \text{ min} = 1200 \text{ s} \\
 \text{ } & \text{ } & \text{ } & \text{ } \\
 \text{ } & 150 : 60 = 2,5 & 72 : 60 = 1,2 & \text{ }
 \end{array}$$

$\rightarrow \frac{1}{4} \text{ h} = 15 \text{ min}$

2) Převed' na hodiny, minuty a sekundy (kalkulačka)

Vzor: $137 \text{ min} = 2 \text{ h } 17 \text{ min}$ $\text{Př: } 3,2 \text{ h} = 3 \text{ h } 12 \text{ min}$ $\text{Př: } 1,72 \text{ h} = 1 \text{ h } 43 \text{ min } 12 \text{ s}$

$$\begin{array}{llll}
 2,6 \text{ min} = 2 \text{ min } 36 \text{ s} & 3722 \text{ s} = 1 \text{ h } 2 \text{ min } 2 \text{ s} & 2\frac{2}{3} \text{ h} = 2 \text{ h } 40 \text{ min} \\
 3,4 \text{ h} = 3 \text{ h } 24 \text{ min} & 123,5 \text{ min} = 2 \text{ h } 3 \text{ min } 30 \text{ s} & \frac{7}{5} \text{ h} = 1 \text{ h } 24 \text{ min} \\
 200 \text{ min} = 3 \text{ h } 20 \text{ min} & 2,37 \text{ h} = 2 \text{ h } 22 \text{ min } 12 \text{ s} & 1\frac{5}{12} \text{ h} = 1 \text{ h } 25 \text{ min}
 \end{array}$$

3) Dopačítej chybějící hodnoty (bez kalkulačky)

$$s = v \cdot t$$

Droha rychlost čas

a)	b)	c)	d)
$v = 4 \text{ km/h}$ $t = 1 \text{ h}$	$S = 32 \text{ km}$ $v = 16 \text{ km/h}$	$t = 3 \text{ h}$ $S = 54 \text{ km}$	$v = 6 \text{ km/h}$ $S = 36 \text{ km}$
$S = 4 \text{ km}$	$t = 2 \text{ h}$	$v = 18 \text{ km/h}$	$t = 6 \text{ h}$
$S = v \cdot t = 4 \cdot 1 = 4 \text{ km}$	$S = v \cdot t \quad / : v$ $t = \frac{S}{v} = \frac{32}{16} = 2$	$v \cdot t = S \quad / : t$ $v = \frac{S}{t} = \frac{54}{3} = 18$	$v \cdot t = S \quad / : v$ $t = \frac{S}{v} = \frac{36}{6} = 6$

4) Dopačítej chybějící hodnoty (kalkulačka)

a)	b)	c)	d)
$v = 1,2 \text{ m/s}$ $t = 14 \text{ s}$	$S = 12600 \text{ m}$ $v = 28 \text{ m/s}$	$t = 2 \text{ h } 18 \text{ min}$ $S = 1265 \text{ km}$	$v = 110 \text{ km/h}$ $S = 742,5 \text{ km}$
$S = 16,8 \text{ m}$	$t = 450 \text{ s}$	$v = 550 \text{ km/h}$	$t = 6 \text{ h } 45 \text{ min}$
$S = v \cdot t = 1,2 \cdot 14$	$v \cdot t = S \quad / : v$ $t = \frac{S}{v} = \frac{12600}{28}$	$t = 2 \text{ h } 18 \text{ min} = 2,3 \text{ h}$ $v \cdot t = S$ $\rightarrow v = \frac{S}{t} = \frac{1265}{2,3}$	$v \cdot t = S \quad / : v$ $t = \frac{S}{v} = \frac{742,5}{110} = 6,75$

Úlohy o pohybu 2 - převody jednotek času z přijímacích zkoušek

1) Vyjádřete zlomkem, jakou část z 24 hodin tvoří 80 minut.

$$\begin{aligned} & \rightarrow 24 \cdot 60 \text{ min} \\ \frac{80}{24 \cdot 60} &= \frac{1}{24 \cdot 3} = \frac{1}{18} \\ 0: 80 \text{ minut tvoří } 1/18 &\approx 24 \text{ hodin} \end{aligned}$$

2) Vypočítejte, kolik procent je 6 minut ze 2 hodin.

$$\begin{aligned} & \rightarrow 120 \text{ min} \\ \frac{6}{120} &= \frac{1}{20} = 1:20 = 0,05 \dots \underline{\underline{5\%}} \end{aligned}$$

3) Z dvouhodinové přednášky již tři pětiny uplynuly. Vypočítejte, kolik minut zbývá do konce přednášky.

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \text{ uplynuly} &\rightarrow \text{zbývá } \frac{2}{5} \\ 2 \text{ h} &= 120 \text{ min} \\ \frac{2}{5} \cdot 120 &= \underline{\underline{48 \text{ min}}} \end{aligned}$$

4) Vypočítejte, kolik minut jsou tři pětiny z 1 hodiny 50 minut.

$$\frac{3}{5} \cdot 110 = \underline{\underline{66 \text{ min}}}$$

5) Určete, na kolik 16minutových intervalů lze rozdělit 1,6 hodiny.

$$\begin{aligned} 1,6 \text{ h} &\equiv 96 \text{ min} \\ 96 : 16 &= 6 \\ 0: 6 \text{ intervalů} \end{aligned}$$

6) Vypočítejte, kolikrát více je polovina z 240 minut než dvě třetiny z 1 hodiny.

$$\begin{aligned} & \begin{array}{c} 120 \text{ min} \\ 40 \text{ min} \end{array} \\ 120 : 40 &= 3 \times \\ 0: 3 \times \text{ více} \end{aligned}$$

Doplň číslo do prázdného místa aby rovnost dávala smysl

7)

$$\dots \cdot 1,5 \text{ hodiny} + 20 \text{ minut} = 1 \text{ hodina } 5 \text{ minut}$$

$$\begin{aligned} X \cdot 90 + 20 &= 65 \\ 90x &= 45 \quad / :45 \\ 2x &= 1 \quad / :2 \\ x &= 0,5 \end{aligned}$$

8)

$$\dots \cdot 20 \text{ minut} = 8 \cdot 0,75 \text{ hodin}$$

$$\begin{aligned} X \cdot 20 &= 8 \cdot 45 \\ 20x &= 360 \quad / :20 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

9)

$$(5 + \dots) \text{ minut} = \frac{2}{5} \text{ hodiny} - \frac{1}{4} \text{ hodiny}$$

$$\begin{aligned} 5 + x &= 24 - 15 \\ x &= 9 - 5 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

10)

$$11 \text{ hodin } 17 \text{ minut} - 9 \text{ hodin } 45 \text{ minut} = \dots \text{ minut}$$

$$\begin{aligned} 11 \text{ h } 17 \text{ min} - 9 \text{ h } 45 \text{ min} &\rightarrow 2 \text{ h } 17 \text{ min} - 45 \text{ min} \\ &\rightarrow 1 \text{ h } 37 \text{ min} - 9 \text{ h } 45 \text{ min} = 1 \text{ h } 32 \text{ min} = \underline{\underline{92 \text{ min}}} \end{aligned}$$

Úlohy o pohybu 3 (základní)

Vše s kalkulačkou

$$S = v \cdot t$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow v &= \frac{S}{t} \\ \hookrightarrow t &= \frac{S}{v} \end{aligned}$$

- 1) Tryskové dopravní letadlo se pohybuje průměrnou rychlostí 900 km/h. Za kolik minut doletí z Prahy do Bratislavy? Vzdálenost obou měst vzdušnou čarou je asi 340 km.

$$S = 340 \text{ km} \quad v = 900 \text{ km/h}$$

$$v \cdot t = S$$

$$\hookrightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{340}{900} = 0,377 = \underline{\underline{22 \text{ min } 40 \text{ s}}}$$

- 3) Kdo je rychlejší? Motorový člun jedoucí rychlostí 36 km za hodinu, nebo sjezdový lyžař pohybující se rychlostí 15 metrů za sekundu?

$$v_m = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

$$36 : 3,6 = 10 \text{ m/s}$$

$$10 \text{ m/s} < 15 \text{ m/s}$$

$$v_l = 15 \text{ m/s}$$

$$15 \cdot 3,6 = 54 \text{ km/h}$$

$$54 \text{ km/h} > 36 \text{ km/h}$$

O: lyžař je rychlejší!

- 5) Závodník uběhl úsek dlouhý 1 km za 4 minuty. Jaká byla jeho průměrná rychlost v kilometrech za hodinu? Vyjádřete ji také v metrech za sekundu.

m/s

$$S = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$t = 4 \text{ min} = 240 \text{ s}$$

$$S = v \cdot t$$

$$\hookrightarrow v = \frac{S}{t} = \frac{1000}{240} \approx 4,2 \text{ m/s}$$

km/h

$$S = 1 \text{ km}$$

$$t = 4 \text{ min} = \frac{4}{60} \text{ h}$$

$$v = \frac{S}{t} = 1 : \frac{1}{15} = 15 \text{ km/h}$$

$$15 : 3,6$$

- 7) Rychlost zvuku ve vzduchu je 340 m/s. Vyjádřete ji v km/h.

$$v_z = 340 \text{ m/s} \cdot 3,6 = \underline{\underline{1224 \text{ km/h}}}$$

- 9) Překročilo auto, které projíždělo obcí rychlostí 18 m/s nejvyšší povolenou rychlost 60 km/h?

$$18 \text{ m/s} \cdot 3,6 = 64,8 \text{ km/h}$$

O: Překročilo (64,8 km/h)

- 11) Chlapec klusal po pláži rovnoměrným tempem. Za 1 hodinu tak překonal vzdálenost 7,5 km. Vypočítejte, kolik metrů uběhl za 2 minut. (cermat 2017)

(30 x m/min)

$$\frac{7500 \text{ m} : 30 = 250 \text{ m}}{150 \text{ } 00}$$

$$v = 75 \text{ km/h}$$

$$t = \frac{2}{60} \text{ h}$$

$$S = 75 \cdot \frac{2}{60} = 2,5 \text{ km} = \underline{\underline{250 \text{ m}}}$$

$$\frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{\cdot 3,6} \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min} = 3600 \text{ m/h} = 3,6 \text{ km/h}$$

- 2) Cyklista projel trať průměrnou rychlostí 40 km/h za 15 minut. Určete délku trati.

$$v = 40 \text{ km/h} \quad t = 15 \text{ min} = \frac{1}{4} \text{ h}$$

$$S = v \cdot t = 40 \cdot \frac{1}{4} = \underline{\underline{10 \text{ km}}}$$

- 4) Jakou průměrnou rychlostí jelo auto, které trasu z Brna do Vrchlabí dlouhou 252 km ujelo za tři a půl hodiny?

$$S = 252 \text{ km} \quad t = 3,5$$

$$S = v \cdot t$$

$$\hookrightarrow v = \frac{S}{t} = \frac{252}{3,5} = \underline{\underline{72 \text{ km/h}}}$$

- 6) Průměrná rychlost letu vlaštovky je 67 m/s, průměrná rychlost letu poštovního holuba je 94 km/h. Kdo z nich létá rychleji a kolikrát?

$$v_v = 67 \text{ m/s} = 241,2 \text{ km/h}$$

$$\cdot 3,6$$

$$241,2 : 94 = 2,6 \text{ x}$$

O: Vlaštovka létá 2,6 x rychleji

- 8) Jirka se chystal na kole ke kamarádovi. Spočítal si, že kdyby jel rychlostí 22 km/h, dorazil by k cíli za tři čtvrtě hodiny. Jak daleko Jirkův kamarád bydlí?

$$v = 22 \text{ km/h} \quad t = \frac{3}{4} \text{ h}$$

$$S = v \cdot t = 22 \cdot \frac{3}{4} = \underline{\underline{16,5 \text{ km}}}$$

- 10) Dva kamarádi se před školou rozcházejí opačnými směry. Adam jde rychlostí 4,8 km/h, Karel spěchá, a tak jde rychlostí 6 km/h. Jak daleko budou od sebe vzdáleni za 5 minut?

$$\leftarrow \frac{4,8 \text{ km/h}}{S} \quad \frac{6 \text{ km/h}}{S} \rightarrow$$

$$v = 4,8 + 6 = 10,8 \text{ km/h}$$

$$S = v \cdot t$$

$$S = 10,8 \cdot \frac{1}{12} = \underline{\underline{0,9 \text{ km}}}$$

$$t = 5 \text{ min} = \frac{5}{60} \text{ h} = \frac{1}{12} \text{ h}$$

- 12) Při vyklusávání sportovec za každé 2 sekundy překoná 5 metrů. Vypočítejte, za kolik minut tímto tempem uběhne 1500 m. (cermat 2017)

$$S = 5 \text{ m} \quad t = 2 \text{ s}$$

$$\begin{array}{c} \uparrow 2 \text{ s} \quad \dots \quad 5 \text{ m} \quad \uparrow \\ \times \quad \dots \quad 1500 \text{ m} \end{array}$$

$$x = \frac{1500}{5} \cdot 2 = 600 \text{ s} = \underline{\underline{10 \text{ min}}}$$

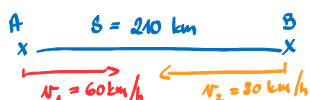
$$S_2 = 1500 \text{ m}$$

$$t = \frac{1500}{2,5} = 600 \text{ s} = \underline{\underline{10 \text{ min}}}$$

Úlohy o pohybu 4 (náročnější)

Vše s kalkulačkou

- 1) Vzdálenost z města A do města B po silnici je 210 km. Z obou měst současně proti sobě vyjela dvě auta. Nákladní automobil jede z města A průměrnou rychlostí 60 km/h, osobní automobil z města B průměrnou rychlostí 80 km/h. Kdy se budou obě auta míjet?



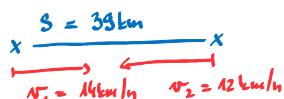
$$v = v_1 + v_2 = 60 + 80 = 140 \text{ km/h}$$

$$v \cdot t = S \quad | :v$$

$$t \rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{210}{140} = 1,5 \text{ h}$$

O: Míjí se za 1,5 h.

- 3) Ze dvou horských chat vzdálených od sebe 39 km současně vyrazili přímo proti sobě dva běžkaři. První z nich průměrnou rychlostí 14 km za hodinu, druhý průměrnou rychlostí 12 km za hodinu. Za jak dlouho se setkali?



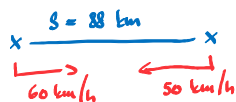
$$v = v_1 + v_2 = 14 + 12 = 26 \text{ km/h}$$

$$v \cdot t = S$$

$$t \rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{39}{26} = 1,5 \text{ h}$$

O: Potkají se za 1,5 h.

- 5) Ze dvou zastávek, které jsou od sebe po trati vzdáleny 88 km, vyjely přesně v 8:00 proti sobě dva vlaky. Jeden jede rychlostí 50 km/h, druhý rychlostí 60 km/h. V kolik hodin se budou míjet?



$$v = v_1 + v_2 = 50 + 60$$

$$v = 110 \text{ km/h}$$

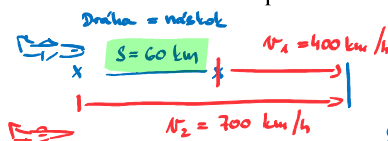
$$S = 88 \text{ km}$$

$$v \cdot t = S$$

$$t \rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{88}{110} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ h} = 48 \text{ minut}$$

O: Míjí se v 8:48

- 2) Z letiště vzletlo dopravní letadlo a letělo rychlostí 400 km/h. Když bylo vzdáleno 60 km od letiště, vzletlo za ním rychlejší tryskové letadlo rychlostí 700 km/h. Za jak dlouho tryskové letadlo dostihne dopravní letadlo?



$$v = v_2 - v_1 = 700 - 400 = 300 \text{ km/h}$$

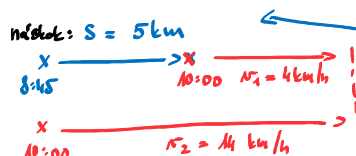
$$S = 60 \text{ km}$$

$$v \cdot t = S$$

$$t \rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{60}{300} = 0,2 \text{ h} = 12 \text{ minut}$$

O: Tryskové letadlo dožene osobní za 12 minut.

- 4) Jenda vyšel v 8:45 hodin ráno z domu rychlostí 4 km/h na návštěvu k tetě do sousední vesnice vzdálené 8 km. V 10:00 za ním vyjel na kole bratr Lukáš rychlostí 14 km/h. Kdy Lukáš Jendu dostihl? Jak daleko od domu to bylo?



$$S = 5 \text{ km}$$

$$v = v_2 - v_1 = 14 - 4 = 10 \text{ km/h}$$

$$v \cdot t = S$$

$$t \rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{5}{10} = 0,5 \text{ h}$$

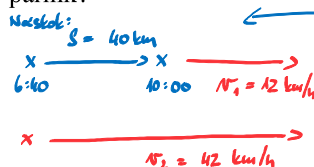
1) Lukáš začal

$$v = 14 \text{ km/h} \quad t = 0,5 \text{ h}$$

$$S = v \cdot t = 14 \cdot 0,5 = 7 \text{ km}$$

O: Dostihl ho v 10:30 ve vzdálenosti 7 km od domu.

- 6) V 6:40 vyplul z přístavu parník plující průměrnou rychlostí 12 km/h. Přesně v 10:00 za ním vypnul motorový člun průměrnou rychlostí 42 km/h. V kolik hodin dohoní člun parník?



Náskok:

$$t = 3 \text{ h } 20 \text{ min} = 3 \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$v_1 = 12 \text{ km/h}$$

$$S = v \cdot t = 12 \cdot 3 \frac{1}{3} = 12 \cdot \frac{10}{3} = 40 \text{ km}$$

$$v = v_2 - v_1 = 42 - 12 = 30 \text{ km/h}$$

$$S = 40 \text{ km}$$

$$v \cdot t = S$$

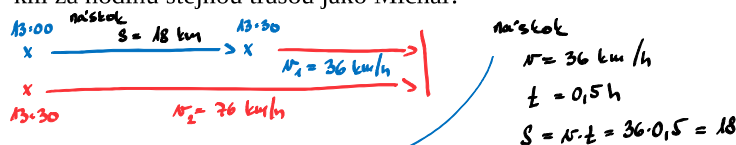
$$t \rightarrow t = \frac{S}{v} = \frac{40}{30} = 1 \frac{1}{3} = 1 \text{ h } 20 \text{ min}$$

O: Člun parník dohoní v 11:20

Úlohy o pohybu 5 (náročnější)

Vše s kalkulačkou

1) Michal vyjel na silničním kole trénovat na závod hodinu po poledni rychlostí 36 km za hodinu. Po 30 minutách však začalo hřmít, a proto jeho starostlivý otec za ním vyjel autem. V kolik hodin a po kolika kilometrech ho dostihl, když jel rychlostí 76 km za hodinu stejnou trasou jako Michal?



$$s = 18 \text{ km}$$

$$v = v_2 - v_1 = 76 - 36 = 40 \text{ km/h}$$

$$v \cdot t = s$$

$$\rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{18}{40} = 0,45 \text{ h} = 27 \text{ min} \rightarrow \text{Dostane 13:57}$$

m, Taktka 20 min

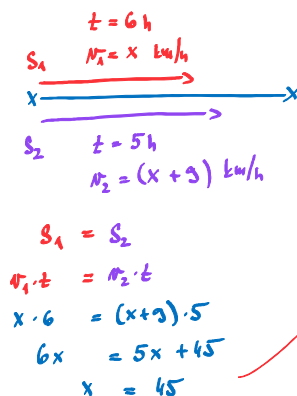
$$t = 0,45$$

$$v = 76 \text{ km/h}$$

$$\rightarrow s = v \cdot t = 76 \cdot 0,45 = 34,2 \text{ km}$$

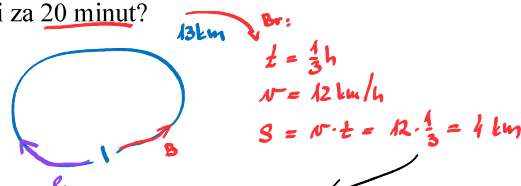
O: Dostane ho v 13:57 po 34,2 km

3) Po stejné trati jezdí dva vlaky. Jeden z nich jede o 9 km/h rychleji než druhý. Jaká je délka trati a jaké jsou rychlosti obou vlaků, jestliže rychlejší z nich trať projede za 5 hodin a pomalejší za 6 hodin?



O: Pomalejší vlak jede 45 km/h, rychlejší 54 km/h a délka trati je 270 km.

2) Okruh kolem přehrady měří 13 km. Z jednoho bodu současně vyjel bruslař na kolečkových bruslích průměrnou rychlostí 12 km/h, zatímco cyklista vyrazil opačným směrem. Jakou měl cyklista průměrnou rychlost, pokud se s bruslařem setkali za 20 minut?



$$s_2 = 13 - 4 = 9 \text{ km}$$

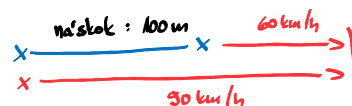
$$t = \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$v \cdot t = s$$

$$\rightarrow v = \frac{s}{t} = 9 : \frac{1}{3} = 9 \cdot \frac{3}{1} = 27 \text{ km/h}$$

O: Cyklista jel 27 km/h.

4) Gepard zahlédne antilopu, která se pase 100 metrů od něj. Ve stejnou chvíli antilopa začne utíkat rychlostí 60 km/h, zatímco gepard sprintuje rychlostí 90 km/h. Za jak dlouho gepard antilopu dohoní?



$$v_1 - v_2 = 30 \text{ km/h}$$

$$s = v \cdot t$$

$$v = 90 - 60 = 30 \text{ km/h}$$

$$v \cdot t = s$$

$$\rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{100}{30} = 3,33 \text{ s}$$

$$m/s$$

$$s = 100 \text{ m}$$

$$v = 90 - 60 = 30 \text{ km/h}$$

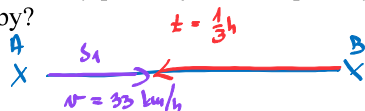
$$v = 8,33 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{100}{8,33} = 12 \text{ s}$$

$\rightarrow$ Hladitlo pro $\frac{1}{8,33}$

O: Gepard dostihne antilopu za 12 s.

5) Ze dvou přístavů na řece vzdálených 24 km vypluly ve stejnou dobu proti sobě dva výletní parníky. Parník, který plul proti proudu, měl rychlost 33 km/h. Jakou rychlostí plul po proudu druhý parník, jestliže se parníky minuly po 20 minutách plavby?



$$s_1 = v \cdot t = 33 \cdot \frac{1}{3} = 11 \text{ km}$$

$$s_2 = 24 - s_1 = 24 - 11 = 13 \text{ km}$$

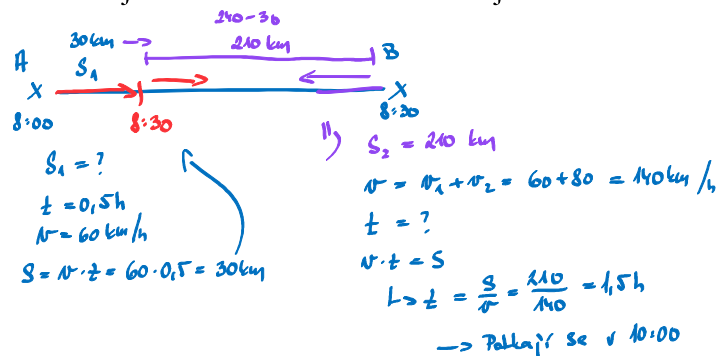
$$t = \frac{1}{3} \text{ h}$$

$$v \cdot t = s$$

$$\rightarrow v = \frac{s}{t} = \frac{13}{\frac{1}{3}} = 13 \cdot \frac{3}{1} = 39 \text{ km/h}$$

O: Rychlost druhého parníku je 39 km/h.

6) Místa A a B jsou od sebe vzdálena 240 km. Z místa A vyjelo nákladní auto v 8:00 rychlostí 60 km/h. Z místa B vyjelo opačným směrem osobní auto v 8:30 rychlostí 80 km/h. V kolik hodin a jak daleko od místa A se auta setkají?



m, 8:00 $\rightarrow$ 10:00

$$t = 2 \text{ h}$$

$$s = v \cdot t = 60 \cdot 2 = 120 \text{ km}$$

O: Potkají se v 10:00 120 km od místa A.

Úlohy o pohybu 6 – různé úlohy

(staré přijímací zkoušky: V úlohách čerpat už se úlohy o pohybu v takové míře neobjevují)

- 1) Gepard pronásledoval antilopu 12 sekund, než ji dohnal. Antilopa měla náskok 120 m a běžela rychlostí 72 km/h. Jak rychle běžel gepard?

$$72 : 3,6 = 20$$

1) $s = 120 \text{ m}$
 $t = 12 \text{ s}$
 $v_a = 20 \text{ m/s}$
 $v_g = ?$
 $v = v_g - v_a$
 $v \cdot t = s$
 $L > v = \frac{s}{t} = \frac{120}{12} = 10 \text{ m/s}$
 $v_g = v_a + v = 20 + 10 = 30 \text{ m/s}$
 Zde rychle se přibližuje

2) $s_a = v_a \cdot t = 20 \cdot 12 = 240 \text{ m} \rightarrow \text{gepard } 240 + 120 = 360 \text{ m}$

$s_g = 360$
 $t = 12 \text{ s} \rightarrow v_g = \frac{s}{t} = \frac{360}{12} = 30 \text{ m/s}$ 0: gepard běžel 30 m/s

- 3) Zuzka chodí do školy pěšky. Když ujde třetinu cesty je vždy půl osmé. U pošty bývá v 7:35 a to je v polovině cesty. Jak daleko má Zuzka školu od domova, když chodí 4 km/h?

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$
 $\frac{1}{6} \text{ cesty}$
 $t = 5 \text{ min} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12} \text{ h}$
 $v = 4 \text{ km/h}$
 $s_1 = v \cdot t = 4 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \text{ km}$

$s = 6 \cdot s_1 = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2 \text{ km}$
 0: vzdálenost domů od školy je 2 km.

- 5) Vzdálenost dvou měst A a B je 108 km. Z obou měst proti sobě vyjela dvě auta. Jedno auto jelo o 2 km/h rychleji než druhé auto. Jaká je rychlost aut, když se auta potkají za 54 minut?

1) $s = 108 \text{ km}$
 $t = 54 \text{ min} = \frac{54}{60} = \frac{3}{10} = 0,3 \text{ h}$
 $v = v_1 + v_2$
 $v \cdot t = s$
 $L > v = \frac{s}{t} = \frac{108}{0,3} = 120 \text{ km/h}$

2) $v = 120 \text{ km/h}$
 $v_1 + v_2 = v$
 $x + (x+2) = 120$
 $2x + 2 = 120$
 $2x = 118$
 $x = 59$
 $v_1 = 59 \text{ km/h}$
 $v_2 = 61 \text{ km/h}$

0: Rychlejší je 61 km/h a pomalejší 59 km/h

- 2) Vlak dlouhý 120 m projíždí tunelem rychlostí 72 km/h. Tunnel je dlouhý 1,5 km. Kolik sekund bude alespoň jedna část v tunelu?

$s = 1500 \text{ m}$
 $s_1 = 120 \text{ m}$
 $v = 72 \text{ km/h} : 3,6 = 20 \text{ m/s}$
 $v \cdot t = s$
 $L > t = \frac{s}{v} = \frac{1620}{20} = 81 \text{ s}$
 0: Vlak tunnel úplně opustí za 81 s.

- 4) V 9 hodin vyjely proti sobě z míst vzdálených 360 km dvě osobní auta. Jedno jelo průměrnou rychlostí 105 km/h. Jakou rychlostí muselo jet druhé, když se setkaly v 10:30 hodin?

1) $s = 360 \text{ km}$
 $t = 1,5 \text{ h}$
 $v = v_1 + v_2$
 $v \cdot t = s$
 $L > v = \frac{s}{t} = \frac{360}{1,5} = 240 \text{ km/h}$
 $v_2 = v - v_1 = 240 - 105 = 135 \text{ km/h}$
 0: Auto muselo jet 135 km/h.

2) $s_1 = ?$
 $t = 1,5 \text{ h}$
 $v = 105 \text{ km/h}$
 $s_1 = v \cdot t = 157,5 \text{ km}$
 $s_2 = s - s_1 = 360 - 157,5 = 202,5$
 $t = 1,5 \text{ h}$
 $v \cdot t = s$
 $L > v = \frac{s}{t} = \frac{202,5}{1,5} = 135 \text{ km/h}$

- 6) Nákladní vlak dlouhý 120 metrů projíždí tunelem rychlostí 81 km/h. Od chvíle, kdy lokomotiva vjede do tunelu, až do okamžiku, kdy tunnel opustí poslední vagon, uplyne 12 sekund. Jak dlouhý je tunnel?

$s_1 = 120 \text{ m}$
 $s = s_1 + 120$
 $s = ?$
 $v = 81 \text{ km/h} = 22,5 \text{ m/s}$
 $t = 12 \text{ s}$
 $s = v \cdot t = 22,5 \cdot 12 = 270 \text{ m}$
 $s_1 = 150 \text{ m}$
 0: Tunnel je dlouhý 150 m.

Úlohy o pohybu 7 – různé úlohy

1) Pan Novák překonal vzdálenost 210 km za 4 hodiny. První tři hodiny jel vlakem, poslední hodinu autobusem. Vlak jel poloviční rychlostí než autobus. Určete rychlosti obou dopravních prostředků.

210 km

s_1 s_2

$t_1 = 3h$ $t_2 = 1h$

$v_1 = x \text{ km/h}$ $v_2 = 2x \text{ km/h}$

$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 3x$ $s_2 = v_2 \cdot t_2 = 2x$

$s = s_1 + s_2$

$210 = 3x + 2x$

$210 = 5x$

$42 = x$

$v_1 = 42 \text{ km/h}$

$v_2 = 84 \text{ km/h}$

σ : Vlak jel 42 km/h a autobus 84 km/h

Zk: $s_1 = 3 \cdot 42 = 126 \text{ km}$
 $s_2 = 84 \text{ km}$
 $210 \text{ km} \checkmark$

3) Turista šel z chaty na rozhlednu. První polovinu cesty, která vedla převážně do kopce, šel rychlostí 4 km/h. Druhou polovinu cesty, která byla mírnější, ušel rychlostí 6 km/h. Celá cesta mu trvala 75 minut. Urči vzdálenost mezi chatou a rozhlednou.

s_1 s_2

$v_1 = 4 \text{ km/h}$ $v_2 = 6 \text{ km/h}$

$t_1 = x$ $t_2 = y$

$s_1 = 4x$ $s_2 = 6y$

$s_1 = s_2 = 6y$

$4x = 6y$

$x = 1,5y$

$x + y = 1,25$

$1,5y + y = 1,25$

$2,5y = 1,25$

$y = 0,5$

$x = 0,75$

$s_1 = 4 \cdot 0,75 = 3 \text{ km}$

$s_2 = 6 \cdot 0,5 = 3 \text{ km}$

$s_1 + s_2 = 6 \text{ km}$

σ : Vzdálenost mezi chatou a rozhlednou je 6 km.

5) Pan učitel přijel autem z města L do města N rychlostí 60 km/h. Jak rychle musí jet zpátky stejnou trasou aby průměrná rychlost za celou cestu byla 120 km/h.

$t = 1h$

$v = 60 \text{ km/h}$

$s = 60 \text{ km}$

$L \rightarrow N$

$N \rightarrow L$

$v = 120 \text{ km/h}$

$s = 120 \text{ km}$

$L \rightarrow N = \frac{s}{v} = \frac{120}{120} = 1h$

$t = 1h - 1h = 0h$

σ : Úloha nemá řešení (už nemá čas stihnout návrat)

2) Plavba motorového člunu mezi místy A a B vzdálenými 12 km trvala po proudu řeky 1 h a proti proudu řeky 1,5 h. Urči rychlost proudu řeky a rychlost motorového člunu.

12 km

$v = x \text{ km/h}$ $v = y \text{ km/h}$

$t = 1h$ $t = 1,5h$

$s = 12 \text{ km}$

$12 = (x+y) \cdot 1$

$12 = (x-y) \cdot 1,5$

$x+y = 12$ $\cdot 1,5$

$1,5x - 1,5y = 18$ $\cdot 1$

$3x + 3y = 36$

$3x - 3y = 18$

$6x = 54$

$x = 9$

$y = 3$

σ : Rychlost řeky je 3 km/h a člunu 9 km/h.

4) Auto jelo z města A do města B rychlostí 50 km/h. Cesta mu trvala hodinu. Jak rychle musí jet zpátky stejnou trasou aby průměrná rychlost za celou cestu byla 80 km/h.

A $\rightarrow$ B

$v = 50 \text{ km/h}$

$t = 1h$

$s = 50 \text{ km}$

A $\leftarrow$ B

$v = 80 \text{ km/h}$

$s = 100 \text{ km}$

$L \rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{100}{80} = 1,25h$

$t = 1,25h - 1h = 0,25h$

$v = 80 \text{ km/h}$

$s = 100 \text{ km}$

σ : Cestou zpět musí jet 80 km/h.

6) Na mostě uprostřed stojí dvě krávy. Uslyší vlak vzdálený 150 m. Rozeběhnou se vyděšené rychlostí 8 m/s každá k jinému konci mostu. Kráva, která běží vlaku naproti, je vlakem sražena 20 m před koncem mostu po 5 sekundách. Vypočítej s jakou časovou rezervou druhá kráva opustila most.

150m

$v = 8 \text{ m/s}$

$t = 5s$

$s = 8 \cdot 5 = 40 \text{ m}$

$s = 150 \text{ m}$

$t = 5s$

$v = \frac{s}{t} = \frac{150}{5} = 30 \text{ m/s}$

σ : Rychlost vlaku $v = 30 \text{ m/s}$

$s = 60 \text{ m}$

$v = 8 \text{ m/s}$

$t = \frac{s}{v} = \frac{60}{8} = 7,5s$

σ : Druhá kráva to stihla s rezervou 2s.